

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

VALDENILTON RODRIGUES VALADÃO

O XADREZ NA PERSPECTIVA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA
FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

JATAÍ
2023

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> Tese | <input type="checkbox"/> Artigo Científico |
| <input checked="" type="checkbox"/> Dissertação | <input type="checkbox"/> Capítulo de Livro |
| <input type="checkbox"/> Monografia - Especialização | <input type="checkbox"/> Livro |
| <input type="checkbox"/> TCC - Graduação | <input type="checkbox"/> Trabalho Apresentado em Evento |
| <input type="checkbox"/> Produto Técnico e Educacional - Tipo: _____ | |

Nome Completo do Autor: Valdenilton Rodrigues Valadão

Matrícula: 20211020280219

Título do Trabalho: O XADREZ NA PERSPECTIVA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Autorização - Marque uma das opções

- Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
- Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ___/___/___ (Embargo);
- Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2** ou **3**, marque a justificativa:

- O documento está sujeito a registro de patente.
 O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
 Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- obteve autorização de quaisquer materiais incluídos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

VALDENILTON RODRIGUES VALADÃO

**O XADREZ NA PERSPECTIVA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA
FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre (a) em Educação para Ciências e para Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Linha de Pesquisa: Fundamentos, Metodologias e Recursos para Educação para Ciências e Matemática
Sublinha: Educação Matemática

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Adriana Aparecida Molina
Gomes

JATAÍ

2023

Autorizo, para fins de estudo e de pesquisa, a reprodução e a divulgação total ou parcial desta dissertação, em meio convencional ou eletrônico, desde que a fonte seja citada.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

Valadão, Valdenilton Rodrigues.

O xadrez na perspectiva de Resolução de Problemas na formação de professores que ensinam matemática [manuscrito] / Valdenilton Rodrigues Valadão. -- 2023.

190 f.; il.

Orientadora: Profa. Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes.

Dissertação (Mestrado) – IFG – Câmpus Jataí, Programa de Pós – Graduação em Educação para Ciências e Matemática, 2023.

Bibliografias.

Apêndices.

1. Jogo de xadrez. 2. Resolução de Problema. 3. Formação de professores. 4. Ensino de matemática. I. Gomes, Adriana Aparecida Molina. II. IFG, Câmpus Jataí. III. Título.

VALDENILTON RODRIGUES VALADÃO

O XADREZ NA PERSPECTIVA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação para Ciências e Matemática, defendida e aprovada, em 29 de junho de 2023, pela banca examinadora constituída por: **Prof.ª Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes** - Presidente da banca/Orientadora - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS; **Prof. Dr. Nilton Cezar Ferreira** - Membro Interno - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – IFG e **Prof. Dr. Rogério de Melo Grillo** - Membro Externo - Universidade Federal do Ceará – UFC . A sessão de defesa foi devidamente registrada em ata que depois de assinada foi arquivada no dossiê do aluno.

(assinado eletronicamente)

Prof.ª Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes
Presidente da Banca (Orientadora - UFMS)

(assinado eletronicamente)

Prof. Dr. Nilton Cezar Ferreira
Membro Interno (IFG)

(assinado eletronicamente)

Prof. Dr. Rogério de Melo Grillo
Membro Externo (UFC)

Documento assinado eletronicamente por:

- **Nilton Cezar Ferreira, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 04/08/2023 15:14:26.
- **Rogério de Melo Grillo, Rogério de Melo Grillo - 234515 - Docente de ensino superior na área de pesquisa educacional - Celula (Centro de Estudos Sobre Ludicidade e Lazer) (07272636000131)**, em 04/08/2023 00:58:29.
- **Adriana Aparecida Molina Gomes, Adriana Aparecida Molina Gomes - 234515 - Docente de ensino superior na área de pesquisa educacional - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (15461510000133)**, em 02/08/2023 22:28:45.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 04/07/2023. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 427133
Código de Autenticação: 07c3fd4b20



AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus primeiramente, pela força, sabedoria e persistência para que eu pudesse seguir firme no meu propósito e não desanimar durante todo o caminho percorrido.

Agradeço a minha família, em especial minha mãe que mesmo sem ter tido a oportunidade de estudar, sempre empenhou em dar condições para que eu e meus irmãos estudássemos e só assim consegui chegar até aqui. Minha família minha base. Esta conquista é nossa!

Agradeço em especial a minha esposa Silvana dos Santos Valadão, que deu todo o suporte para que eu pudesse desenvolver este projeto, muito obrigado pela sua presença em minha vida.

Agradeço aos professores que participaram do curso e com isso contribuíram para a conclusão desse projeto.

A minha orientadora Prof. Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes, agradeço a oportunidade, as valiosas orientações na elaboração deste trabalho.

A todos os professores e funcionários do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Jataí, agradeço pelo conhecimento transmitido e contribuição para minha jornada profissional.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho!

RESUMO

Este trabalho constitui em uma pesquisa da prática pedagógica, de cunho qualitativo, cujo objetivo geral é identificar as possíveis contribuições do uso do xadrez, numa perspectiva de resolução de problema, na prática docente de professores que ensinam matemática, durante um curso de formação continuada. Para responder à questão: de que modo um curso, voltado à prática pedagógica com o xadrez na perspectiva da Resolução de Problemas, pode contribuir na formação continuada de professores que ensinam matemática?, buscou-se respaldo teórico em estudos sobre Resolução de Problemas, Jogos no ensino de Matemática e nos documentos oficiais. A coleta de dados e as informações da pesquisa se deram por meio de questionários, atividades, relatórios, entrevistas, gravações de vídeos e áudios, diário de bordo e observações do pesquisador obtidos durante um curso de formação de professores que ensinam matemática. Para a análise, foram cruzados os dados e as informações e levantadas as concepções *xadrez em situação de jogo* e *recorte do jogo de xadrez*, para verificar as contribuições do xadrez nesse processo de formação. Como resultados, constatou-se que o uso do xadrez nas aulas de matemática pode contribuir para a construção da autonomia do educando, por proporcionar atividades de reflexão, que por meio das constantes tomadas de decisões diante dos problemas desencadeado durante uma partida, o levantamento de hipótese, a elaboração de estratégias para solucionar os problemas, o registro das soluções, as confirmações ou não das hipóteses, pode contribuir para que o aluno construa o próprio conhecimento matemático. E para o professor é uma a possibilidade de desenvolver atividades capazes de mobilizar o aluno para a aprendizagem matemática. Ademais, foram produzidas cinco sequências de atividades com a utilização do xadrez e resolução de problema no ensino de matemática, o que evidencia terem os participantes se apropriado dessas metodologias. As sequências de atividades e o produto educacional estão disponibilizados e visam servir de orientação para novos estudos e contribuir com os pesquisadores que tenham interesse nesta temática.

Palavras-chave: jogo de xadrez; Resolução de Problema; formação de professores; ensino de matemática.

ABSTRACT

This work constitutes a research of pedagogical practice, of a qualitative nature, whose general objective is to identify the possible contributions of the use of chess, in a perspective of problem solving, in the teaching practice of teachers who teach mathematics, during a continuing education course. To answer the question: how can a course, focused on pedagogical practice with chess in the perspective of Problem Solving, contribute to the continuing education of teachers who teach mathematics?, theoretical support was sought in studies on Problem Solving, Games in the teaching of Mathematics and in official documents. Data collection and research information were done through questionnaires, activities, reports, interviews, video and audio recordings, logbook and observations of the researcher obtained during a training course for teachers who teach mathematics. For the analysis, the data and information were crossed and the conceptions *chess in game situation and clipping of the game of chess were raised, to verify the contributions of chess* in this formation process. As results, it was found that the use of chess in mathematics classes can contribute to the construction of the autonomy of the learner, by providing reflection activities, which through constant decision-making in the face of the problems triggered during a match, the hypothesis survey, the elaboration of strategies to solve the problems, the recording of solutions, The confirmations or not of the hypotheses, can contribute to the student to build his own mathematical knowledge. And for the teacher is a possibility to develop activities capable of mobilizing the student for mathematical learning. In addition, five sequences of activities were produced with the use of chess and problem solving in the teaching of mathematics, which evidences that the participants have appropriated these methodologies. The sequences of activities and the educational product are available and aim to serve as guidance for new studies and contribute to researchers who are interested in this theme.

Keywords: chess game; Problem Solving; teacher education; mathematics teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Xeque-mate em um	67
Figura 2 – Xeque-mate em dois	68
Figura 3 – Xadrez por pontos	70
Figura 4 – Problema Aberto: xadrez por ponto	71
Figura 5 – Tomada de decisão: xadrez por pontos	71
Figura 6 – Possibilidades de xeque-mate	74
Figura 7 – Representação do embate PN e PE	75
Figura 8 – Tomada de decisão Pk e PH	79
Figura 9 – Posição das peças no tabuleiro	82
Figura 10 – Resposta do cursista PE	83
Figura 11 – Relação peças e posição	83
Figura 12 – Resposta do cursista PE	84
Figura 13 – Localização de peças no tabuleiro	84
Figura 14 – Resposta do cursista PW	85
Figura 15 – Pontos no plano cartesiano	86
Figura 16 – Resposta do cursista PR	87
Figura 17 – Caminho das peças	87
Figura 18 – Resposta do Cursista PR	88
Figura 19 – Problema posição duas peças com suas projeções	89
Figura 20 – Resposta do cursista PR	90
Figura 21 – Resposta do cursista PK	90
Figura 22 – Proposição de problema com movimento das peças	92
Figura 23 – Problema PE e PRb	93
Figura 24 – Problema PRb e PE	94
Figura 25 – Atividades recorte do jogo de xadrez PE e PRb	110
Figura 26 – Atividades recorte do jogo de xadrez PE e PRb	111
Figura 27 – Atividades recorte do jogo de xadrez PN e PH	112
Figura 28 – Atividade xadrez em situação de jogo	113
Figura 29 – Atividade xadrez em situação de jogo PK	115
Figura 30 – Atividade xadrez em situação de jogo PW	116

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Das disciplinas nos cursos de Matemática	47
Tabela 2 – Perfil dos professores cursistas	58
Tabela 3 – Classificação das sequências de atividades	96
Tabela 4 – Apresentação da sequência de Atividade 5.º Ano	97
Tabela 5 – Apresentação da sequência de atividade 3.º ano	99
Tabela 6 – Apresentação da sequência de atividades 03 para o 6º ano Ensino Fundamental	102
Tabela 7 – Sequência 04 – 3.º ano Ensino Médio PN e PH	104
Tabela 8 – Sequência 05 – 2.ª fase do Ensino Fundamental PW	107

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E OS JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA	16
2.1	A Resolução de Problema	16
2.2	Resolução de Problema e o Jogo	27
3	O XADREZ E A MATEMÁTICA	35
4	FORMAÇÃO DE PROFESSORES	40
4.1	A formação acadêmica e a prática de sala de aula	41
4.2	Formação de professores no Brasil	43
4.3	Formação do professor de matemática	46
4.4	O jogo na formação continuada do professor de matemática	50
4.5	O professor de matemática: uso do xadrez e a resolução de problemas	51
5	METODOLOGIA	56
5.1	Abordagem metodológica da pesquisa	56
5.2	Do curso para professores	58
5.3	Desenvolvimento do curso	60
6	ANÁLISE	62
6.1	Primeira Fase: Resolução de problema	62
6.2	Segunda Fase: Fundamentos do Xadrez	66
6.3	Terceira Fase: O xadrez e a matemática	81
6.4	Quarta fase: Análise das Sequências apresentadas	96
6.4.1	<i>Sequência 01: O uso do jogo de xadrez como metodologia na resolução de problemas matemáticos</i>	97
6.4.2	<i>Sequência 02- Matemática e o xadrez</i>	98
6.4.3	<i>Sequência 03- O uso do jogo de xadrez como metodologia na resolução de problemas matemáticos</i>	101
6.4.4	<i>Sequência 04- Resolução de situações-problema</i>	104
6.4.5	<i>Sequência 05- O xadrez na educação física: desafio a ser vencido</i>	106
6.5	Classificação das Atividades	109
6.5.1	Recorte do jogo de xadrez	109
6.5.2	Xadrez em situação de jogo	113
6.6	Produto Educacional	118
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	119
	REFERÊNCIAS	123
	APÊNDICES	130
	ANEXOS	181

1 INTRODUÇÃO

Início este trabalho com um pouco da minha trajetória como docente. Trabalho com a matemática por todo percurso da minha carreira profissional, cerca de mais de 20 anos de atuação no Ensino Fundamental e Médio, e sempre busquei me aperfeiçoar profissionalmente, por meio de participação em cursos e na reflexão sobre minha atuação como professor.

Tive a oportunidade de cursar o Técnico em Magistério, a Licenciatura em Matemática e fazer uma especialização no ensino de matemática. Também desenvolvi um projeto de iniciação ao xadrez, durante 12 anos, para alunos da segunda fase do Ensino Fundamental e Médio. Esse trabalho era voltado principalmente para competições escolares, nas quais chegamos a conquistar um título estadual e dois segundo lugares nas Olimpíadas Escolares, além de muitos títulos nas fases regionais.

Nos anos 2018 e 2019, com a introdução dos itinerários formativos no Ensino Médio, trabalhei o xadrez na sala de aula, como componente curricular optativo no Ensino Médio e também como uma disciplina eletiva¹ de jogos matemáticos no Ensino Fundamental, 8.º e 9.º anos. Foi a partir destas experiências que percebi o jogo de xadrez como uma potente ferramenta para despertar o interesse dos alunos pela matemática, nascendo, assim, a ideia deste projeto.

Paralelamente a essas conquistas e descobertas, tenho acompanhado os acontecimentos dos últimos anos na educação brasileira, a qual vem passando por contínuas mudanças. No caso da matemática por exemplo, tem se buscado superar o tradicionalismo do currículo e das metodologias conteudistas, em uma concepção, chamada por Freire (1994), de educação bancária. Nesse enfoque, privilegia-se a quantidade e não a qualidade do que se ensina. Não há uma preocupação em significar os conteúdos. Em vista disso, cada vez mais há uma necessidade de aproximar o conhecimento adquirido em sala de aula com o contexto sociocultural dos educandos. Entretanto, como fazer isso, diante da precariedade de meios disponíveis? Como superar esse ensino pautado em aulas expositivas, em professor detentor de todo conhecimento?

Esses questionamentos levaram-me a buscar por orientações para encontrar caminhos outros para ensinar matemática de forma significativa. Assim, aprofundei meus estudos a fim de encontrar uma base teórica que pudesse me auxiliar para juntar aquele conhecimento da sala de aula e os fora dela. Portanto, a minha intenção era, como destaca Lins (2004), levar o aluno a entrar no “Jardim da Matemática”.

¹ Disciplinas **Eletivas** são aquelas que não fazem parte do currículo e que podem ser escolhidas para fazer parte da grade curricular pelos estudantes da 2.ª fase do Ensino Fundamental nas escolas estaduais de Goiás.

Estes estudos me levaram, por exemplo, a documentos e orientações oficiais, tais como as Diretrizes Curriculares do Estado de Goiás - DCGO (GOIÁS, 2019) e Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018), que ressaltam a importância de serem utilizadas estratégias capazes de despertar o interesse dos alunos, de dar sentidos e significados para o aprendizado matemático.

Nesta busca por atualizações e encontrar meios para tornar o ensino de matemática mais significativo, em 2020 ingressei como aluno especial no curso de mestrado profissional, cursando a disciplina de metodologia de Ensino de Matemática. Essa disciplina me proporcionou entrar em contato com algumas metodologias que me auxiliaram no desenvolvimento de um ensino mais crítico, que despertasse o interesse dos alunos.

Essas metodologias, estudadas na disciplina, são abordadas na BNCC (BRASIL, 2018) e DCGO (GOIÁS, 2019), tais como os Jogos, a Modelagem Matemática e a Resolução de Problema, como estratégias para desenvolver a aprendizagem de forma mais ampla, com vistas a um aluno mais crítico e autônomo.

O trabalho com jogos nas aulas de matemática pode ser associado à resolução de problemas, pois abre a possibilidade de analisar, conjecturar, escolher, avançar, recuar, validar.

Assunção (2015, p. 49) destaca que a resolução de problemas é uma

estratégia metodológica de ensino [que] contribui para a aprendizagem significativa, onde a busca da solução de qualquer problema envolve uma readaptação do resíduo da experiência prévia frente às novas situações a serem enfrentadas, na medida em que propicia reorganizar a informação ou o conhecimento armazenado na estrutura cognitiva do aluno.

Onuchic (1999) ressalta que, na Resolução de Problema, o ensino e a aprendizagem ocorrem simultaneamente, pois o aluno é coconstrutor do conhecimento, e o professor faz o papel de guia neste processo.

Diante das angústias e das transformações políticas, ideológicas, didáticas e pedagógicas na educação e da necessidade de implantar novas metodologias capazes de possibilitar ao aluno desenvolver habilidades e raciocínios, bem como elaborar e utilizar estratégias próprias, surgiu a questão norteadora dessa pesquisa: de que modo um curso, voltado à prática pedagógica com o xadrez na perspectiva da Resolução de Problemas, pode contribuir na formação continuada de professores que ensinam matemática?

Dessa questão, originou-se o objetivo geral: identificar as possíveis contribuições do uso do xadrez, numa perspectiva de resolução de problema, na prática docente de professores que ensinam matemática, durante um curso de formação continuada.

No intuito de concretizar esses objetivos, elaboramos este trabalho, cuja abordagem é qualitativa com pretensão de descrever os procedimentos investigativos, lançado mão de questionários, vídeo, áudio, gravações, entrevistas, diário de bordo e relatórios para sintetizar os dados obtidos.

Para embasar teoricamente este estudo acerca da metodologia Resolução de Problemas, recorremos a Stanic e Kilpatrick (1989), Onuchic (2009, 2004, 2011), Ferreira (2017). Para a utilização dos jogos no ensino de matemática, embasar-nos-emos nos estudos de Grandó (2000), Silva (2010), Almeida (2010), e Grillo (2012), bem como em outros autores que se voltaram a estudar a utilização do xadrez nas salas de aulas. E, sobre o processo de formação de professores, buscamos apoio em Tardif (2000), Passos e Nacarato (2018), Nacarato (2013), Fiorentini (2009), e demais pesquisadores.

Para análise, cruzamos os dados e levantamos as seguintes concepções de utilização do xadrez no ensino: *xadrez em situação de jogo* e *recorte do jogo de xadrez*, de acordo com as características das atividades apresentadas em cada uma das cinco sequências apresentadas pelos cursistas. Além das categorias, foram levados em consideração a concepção de xadrez apresentada por Grillo (2012), o xadrez como passatempo, o xadrez como treinamento e o xadrez pedagógico.

As análises evidenciaram que os cursistas compreenderam a metodologia de Resolução de Problemas, pois conseguiram desenvolver problemas com o xadrez que foram utilizados em suas aulas. Aqueles que não sabiam jogar xadrez foram capazes de disputar partidas, compreender o jogo com suas regras (jogar certo), sendo capaz de desenvolver estratégias dentro do jogo (jogar bem). Eles não se tornaram bons enxadristas, mas demonstraram conhecimento ao elaborar e aplicar atividades com xadrez e a matemática numa perspectiva de resolução de problema o que os tornaram aptos a utilizar o jogo de xadrez em suas aulas de matemática com o intuito de desenvolver habilidades pertinentes ao ensino de matemática, como capacidade de investigação, resolver problemas para com isso desenvolver as competências de representação, comunicação e argumentar.

Assim, este trabalho está organizado em sete capítulos. No primeiro capítulo, – Introdução – apresentaremos um panorama da pesquisa com aspectos de quais foram os

caminhos percorridos por este pesquisador, as motivações, os objetivos gerais e específicos, o objeto de estudo e a questão norteadora a qual pretendemos responder no final.

No segundo capítulo – A Resolução de Problema e os jogos no ensino de matemática –, discutiremos a metodologia de Resolução de problema, com aportes teóricos de Stanic e Kilpatrick (1989), Onuchic (2009, 2004, 2011) e Ferreira (2017), iniciando com a estruturação, partindo das influências das teorias de aprendizagem, a importância do lançamento do livro *How to solve it*, por Pólya, com a heurística, que muitos autores consideram fundamental para consolidar a resolução de problema como metodologia de ensino. Seguimos o caminho, passando pela publicação dos estudos de Stanic e Kilpatrick (1989), até chegar à metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problema, desenvolvida pelo GTERP, liderado por Onuchic.

Para nos aprofundarmos na relação jogo e resolução de problema, apoiamo-nos em Grando (1995,2000), Silva (2010), Grillo (2012), Grillo e Grando (2021), iniciando com as concepções e tipos de jogos propostos por Grando (1995, 2000), indo para a utilização dos jogos na resolução de problemas, a concepção pedagógica da atividade de jogo, a história do jogo de xadrez, chegando na estruturação do xadrez como vemos hoje.

No terceiro capítulo – O xadrez e a matemática –, lançaremos mão dos estudos de Silva (2010), que abordam a história do jogo de xadrez e os caminhos que o levam ao ambiente escolar. Recorreremos a Grillo (2012), Grillo e Grando (2021) que tratam da concepção do xadrez pedagógico, em que o jogo é conteúdo e a Resolução de Problema a metodologia. Os problemas são gerados durante o jogo, onde são desenvolvidas habilidades matemáticas. E ainda a Almeida (2010) e Santos Junior (2016) que utilizam recortes do jogo de xadrez para trabalhar conteúdos matemáticos.

No quarto capítulo – Formação de Professores – apresentaremos um panorama da formação de professor, apoiado nos estudos de Tardif (2000), Passos e Nacarato (2018), Nacarato (2013), Fiorentini (2009, 2012), Grando (2000) bem como em outros autores que se debruçaram o tema. Partiremos de uma apresentação geral sobre o processo de formação de professores no Brasil, buscando situar o leitor no processo de evolução ao longo de várias décadas e enfatizando as transformações ocorridas na década de 1980, em especial, a transição de uma formação acadêmica mais voltada para a pesquisa esquema 3 + 1, passando para uma formação cujo foco passa a ser a prática pedagógica da sala de aula.

Ressaltaremos a formação continuada como forma de complementar a formação acadêmica, que nem sempre é suficiente para atender às necessidades da prática em sala de

aula, com base nos estudos de Grandó (2000), Golo Junior (2019), Ferreira *et al.* (2020). Nos ateremos à necessidade de uma formação específica do professor de matemática para utilizar em sala de aula atividades que envolvam os jogos.

O quinto capítulo – Metodologia – trará uma apresentação do panorama da pesquisa: os sujeitos participantes, o passo a passo do desenvolvimento do curso de formação de professor, os dados daí advindos, enfim a sua organização, que a caracteriza como uma abordagem qualitativa. O curso de formação de professor será o Produto Educacional desta pesquisa.

O sexto capítulo – Análise – será voltado para as análises dos dados, iniciando com as apresentações das sequências de atividades elaboradas e desenvolvidas pelos cursistas. As atividades destas sequências foram analisadas em um tópico separado, de acordo com as características de utilização do xadrez no ensino e na resolução de problemas. Apresentaremos o Produto Educacional, que consiste em um curso de formação de professores que ensina matemática na cidade de Doverlândia, com a utilização do xadrez no ensino de matemática numa perspectiva de resolução de problema, o qual se encontra nos apêndices a esse texto.

E no sétimo capítulo, finalmente as considerações finais, quando evidenciaremos os resultados obtidos durante a pesquisa e as transformações ocorridas em decorrência dela. Voltaremos ao nosso objetivo geral, a fim de responder à questão de pesquisa, e indicaremos os problemas e as dificuldades observadas no decorrer desta investigação, e ainda as contribuições dela, nos diversos ambientes em que se insere.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E OS JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Neste capítulo, daremos a conhecer o referencial teórico presente neste trabalho e traremos também algumas discussões sobre os jogos, na perspectiva da resolução de problemas na matemática, bem como o uso de xadrez para ensinar conceitos matemáticos.

2.1 A Resolução de Problema

Desde o início da civilização humana, o homem tem se deparado com diversas situações, as quais tem buscado resolvê-las das mais variadas maneiras. Dentre essas maneiras, a matemática tem se mostrado um caminho para ajudar a humanidade a enfrentar os problemas do cotidiano. Os problemas matemáticos passaram a fazer parte dos currículos das escolas desde os tempos antigos, na Grécia, na China e no Egito, de acordo com estudos de Stanic e Kilpatrick (1989, p. 2, tradução nossa).

Problemas nos currículos remontam, pelo menos, ao tempo dos antigos egípcios, chineses e gregos. Por exemplo, o Papiro de Ahmes, copiado pelo escriba Ahmes, cerca de 1650 A. C., de um documento mais antigo, é um manuscrito matemático egípcio que consiste numa coleção de problemas. Num dos problemas [...] é pedido ao aluno que efetue a soma de cinco termos de uma progressão geométrica, onde o primeiro termo e a razão são ambos 7 [...]. No próprio papiro, só é dada uma forma abreviada do problema, com dois métodos de resolução e a resposta.

Stanic e Kilpatrick (1989) contam que os problemas apresentados no papiro Ahmes referiam-se a problemas recreativos, não ficando claro seu caráter educativo. Esses tipos de problemas foram criados para serem apresentados a outros, a intenção era chegar a uma resolução.

Onuchic (2012) aponta que, desde a década de 1960, muitos estudos e trabalhos têm sido desenvolvidos, envolvendo a resolução de problemas, e, inclusive, apontado uma certa dificuldade por parte dos professores para lidar com essa metodologia. A dificuldade em publicar os resultados destes estudos faz com que o impacto da pesquisa em resolução de problema nos currículos de matemática fique limitado.

E complementa Onuchic (2012, p. 4) que “até tempos bastante recentes, ensinar resolução de problemas significava apresentar problemas e, talvez, incluir um exemplo de uma

solução técnica de resolução específica”. E essa situação pode ser encontrada ainda de modo semelhante em livros de matemática. Para ela:

Uma atenção mais moderna ao desenvolvimento de habilidades nos alunos em resolução de problemas, nos livros-texto, apresenta-se colorida, com desenhos, chamando a atenção para fatos da vida real, mas sempre com alguém resolvendo o problema e deixando-se uma lista com problemas semelhantes para serem resolvidos. (ONUChIC 2012, p. 4)

Stanic e Kilpatrick (1989) evidenciam que, ao longo da história, desde os tempos mais antigos, a resolução de problemas nos currículos de matemática apresenta três diferentes temas que são: *resolução de problemas como contexto*, *resolução de problemas como habilidade* e *resolução de problemas como arte*.

Resolução de problema como contexto. Esse tema abrange outros cinco subtemas da resolução – *como justificativa*, *como motivação*, *como atividade lúdica*, *como veículo* e *como prática* – todos eles baseados na ideia de os problemas e a resolução deles serem meios para atingir fins importantes dentro do currículo de matemática.

Resolução de problema como habilidade. Esse tema está diretamente integrado com o desenvolvimento das capacidades mentais, defendido pelo psicólogo Thorndike, no final do século XIX e início do século XX. Entende-se que o estudo da matemática melhora o pensamento e ajuda a resolver os problemas do cotidiano.

Resolução de problema como arte. Esse tema, que teve início com o trabalho de Pólya e que revive em nosso tempo a ideia de heurística (arte da descoberta), reflete uma visão mais aprofundada da resolução de problema.

Com a intenção de melhor compreender como a utilização de problemas no contexto da escola, como atividade didático-pedagógica e, posteriormente, chegando a uma Metodologia de Ensino e Aprendizagem, recorreremos aos estudos de Ferreira (2017), Morais e Onuchic (2014), e Stanic e Kilpatrick (1989), os quais apresentam um breve histórico acerca das transformações ocorridas nos séculos XIX e XX, no que se refere às teorias da aprendizagem e à educação matemática.

Morais e Onuchic (2014) contam que, nos séculos XIX e XX, as teorias de aprendizagem estavam alinhadas à teoria psicológica que predominava na época, a Teoria da Disciplina Mental (TDM), do filósofo alemão Christian Wolff, publicada em 1740.

Segundo essa teoria, a mente humana era considerada de forma hierárquica, através de coleções de faculdades ou capacidades mentais como: percepção, memória, imaginação,

compreensão e intuição ou razão. Com isso se dava pouca importância aos conteúdos estudados. O que importava era treinar ou desenvolver essas capacidades mentais, não havendo uma preocupação em relacioná-las a situações práticas.

Stanic e Kipatrick (1989) apontam que essa teoria resultou de uma fusão, nem sempre pacífica, entre psicologia das faculdades e a tradição das artes liberais. Como teoria curricular, a disciplina mental defendia que a tarefa da escola era ajudar os alunos a desenvolverem essas faculdades mentais, que, na tradição das artes liberais, a matemática e as línguas clássicas eram a melhor forma para que isso acontecesse.

No entanto, Ferreira (2017) relata que a TDM perdeu força com a publicação por Thorndike e Woodworth do artigo “*The influence of improvement in one mental function upon the efficiency of the other function*”, traduzido como “A influência da melhoria em uma função mental sobre a eficiência de outra função”, em 1902. Neste artigo, os pesquisadores questionavam os resultados obtidos por intermédio da TDM.

Eles realizaram experimentos que apresentaram dados robustos e contundentes, os quais contradiziam a TDM, o que levou ao surgimento de uma outra Teoria Psicológica da Aprendizagem, a *Connectionism Theory*, traduzida como “Teoria do Conexionismo”.

Nessa teoria, Thorndike e Woodworth, em oposição à organização mental em faculdades ou capacidades da TDM, defenderam que a aprendizagem ocorre por meio de conexões nervosas, estabelecidas entre impressões sensoriais e os estímulos para realizar essa ação.

Ferreira (2017, p. 72, grifo do autor) indica as três leis primárias que embasam a Teoria do Conexionismo, são elas:

Lei do efeito: As reações que são seguidas por um estado recompensador de eventos vão ser fortalecidas e vão se tornar habituais para aquela situação;

Lei da prontidão: Se o estímulo acontece no momento em que o indivíduo está pronto, isto é, a conexão está pronta para transmitir, então a transmissão é satisfatória, caso contrário a transmissão é perturbada;

Lei do exercício ou da repetição: Quanto mais uma conexão for usada mais ela se fortalece e quanto menos ela for usada mais ela se enfraquece.

Conforme Morais e Onuchic (2014), apoiado na Teoria do Conexionismo, Thorndike escreveu o livro *The New Methods in Arithmetic*, cuja tradução é *Os Novos Métodos na Aritmética*, publicado no Brasil em 1936. Thorndike (1936 *apud* Moraes e Onuchic 2014) dedicou neste livro um capítulo somente à resolução de problema, tentando fazer sempre uma conexão entre a aritmética e as situações reais dos alunos. Thorndike procurava evidenciar com

esse método, que não devemos trabalhar a aritmética pela aritmética, mas sim, buscar caminhos para entender como ela se relaciona com a realidade.

Para Morais e Onuchic (2014), a ênfase do ensino da matemática nos Estados Unidos, entre os anos de 1930 e final de 1940, se apoiava na teoria psicológica de Willian Bronell, a Teoria Significativa. Essa teoria tem como pressuposto o foco no processo de aprendizagem e não somente no produto.

Neste período, a Resolução de Problema passou a ser concebida como uma teoria, através do matemático e pesquisador George Pólya, com a publicação, em 1945, do livro *How to solve it* traduzido como *A arte de resolver problemas*.

De acordo com Morais e Onuchic (2014), o sucesso de Pólya e de seu livro nos Estados Unidos foi grande o que o levou a ser reconhecido como um dos principais pesquisadores em Resolução de Problema.

Em 1972, Pólya participou como convidado do *II International Congress on Mathematical Education* (II ICME) e propôs que a Resolução de Problema fosse considerada como uma estratégia de ensino da Educação Matemática. Para Pólya (2006), educar, por meio da resolução de problemas em sala de aula, tinha como objetivo aumentar a criatividade e o interesse dos alunos na matemática. Pólya (1965 *apud* ONUCHIC, 1999, p. 210), entendia que “resolver problemas era o tema mais importante para se fazer Matemática, e ensinar o aluno a pensar, era sua importância primeira”.

Morais e Onuchic (2014) pontuam que os problemas presentes em livros, nos séculos XIX e XX, não eram utilizados para construir um conhecimento matemático de forma sistemática, e que isso só ocorreu no mundo nas décadas de 1960 e 1970, numa tentativa de encontrar um caminho para a educação matemática, que passava por uma crise, em relação ao seu lugar nos currículos escolares.

Na pesquisa sobre a utilização da resolução de problema na sala de aula, Schroeder e Lester (1989), em seu artigo *Developing Under Standing in Mathematics via Problem Solving* (tradução, “Desenvolvendo o entendimento em Matemática via Resolução de Problemas”), destacam que há três formas de utilizar a resolução de problema: ensino *sobre* a resolução de problema, ensino *para* a resolução de problema e ensino *através* da resolução de problema.

De acordo com Schroeder e Lester (1989), o ensino *sobre* resolução de problema tem como base a heurística de Pólya (2006), cujo foco é ensinar como resolver problemas, utilizando, para isso, quatro passos para se chegar a solução, são eles:

1.º- Compreensão do problema: Antes de resolver o problema, é necessário compreendê-lo. O aluno deve estar em condições de identificar os pontos-chave desse problema, como por exemplo, descrever os dados do problema, relacionar o que é necessário e descartar o que não é necessário para resolvê-lo. Contudo, para Pólya (2006), não basta apenas que o aluno entenda o problema, é preciso desejar solucioná-lo.

2.º- Estabelecimento de um plano: Depois de compreender o problema, cabe criar um plano de ação, ou seja, ter ideias através de indagações, sugestões. Essas ideias surgem retomando experiências antigas e também conhecimentos previamente adquiridos. Pólya (2006) considera que só se terá um plano, quando forem conhecidas, mesmo que de forma geral, as operações necessárias para resolver este problema.

3.º- Execução do plano: Depois de estabelecer um plano, é preciso criar estratégias que sejam capazes de executá-lo. Para conseguir isso, cumpre ter paciência e organização mental para interpretar o problema e prestar atenção aos seus detalhes. Daí a relevância dos conhecimentos anteriores.

4.º- Retrospecto: Depois que o problema é resolvido, deve-se verificar se os dados são coerentes, se realmente o resultado está correto e, caso a resolução do problema for longa, então é necessário fazer verificações. Para Pólya (2006), esse exercício de retrospecto da solução do início ao final consolida o conhecimento e melhora a capacidade de resolução de problemas.

No ensino *para* resolver problema, segundo Schroeder e Lester (1989), não se trata de aprender a resolver problemas de matemática, mas de levar os alunos a serem capazes de utilizar a matemática para enfrentar situações-problema. Logo, deve-se apresentar ao aluno o maior número possível de conceitos matemáticos para que ele seja capaz de solucionar qualquer problema sobre o assunto estudado. Nesta abordagem, o foco não é o ensino da matemática, tampouco a avaliação dos conceitos aprendidos. O foco está em fazer o aluno ser capaz de reproduzir o que foi feito pelo professor, sem dar espaço para desenvolver os conhecimentos próprios do aluno.

Já no ensino *através* da resolução de problema, conforme Schroeder e Lester (1989), os problemas são o início do ensino da matemática, ou seja, os conteúdos são apresentados na forma de situações-problema. No decorrer da resolução dos problemas, através da mediação intencional do professor, o aluno se apropria dos conceitos matemáticos a ser aprendido.

O ensino de conceitos matemáticos através da resolução de problema é uma orientação do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) – Conselho Nacional de Professores de Matemática (tradução nossa) –, em que se indica utilizar a resolução de problema no ensino da matemática. Morais e Onuchic (2014) destacam que, nos anos 1980, o documento “Uma

Agenda para a Ação”, publicado pelo NCTM, trazia recomendações para que a resolução de problemas fosse o foco do ensino da matemática.

Com base neste documento, surgiram vários trabalhos, envolvendo a resolução de problema em sala de aula, que vieram a contribuir com a questão em diversas parte do mundo.

Onuchic (1999) pontua que, graças aos trabalhos de diversos professores e pesquisadores que levaram para sua sala de aula a Resolução de Problemas como uma metodologia, desencadearam-se muitas discussões entre professores e pesquisadores, o que fez com que esse tema cada vez mais ganhasse adeptos, inicialmente nos Estados Unidos e hoje em dia em todo o mundo.

No Brasil, de acordo com Onuchic e Allevato (2004), a Resolução de Problema, como metodologia de ensino, teve início em meados dos anos 1980, mas houve poucas publicações em nível de pós-graduação até os anos 1990. Os primeiros trabalhos de pós-graduação só foram publicados no final de 1989 e início de 1990 com o Grupo de Trabalho em Resolução de Problema (GTERP), composto por alunos de pós-graduação da UNESP-Rio Claro, coordenado pela Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, que se reúne toda semana desde 1989. O grupo vem se dedicando a desenvolver estudos e pesquisas sobre a Resolução de Problema.

Ferreira (2017) conta que o GTERP desenvolveu, a partir do ensino de matemática *através* da resolução de problema, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática *através* da Resolução de Problema. Nessa metodologia o problema é o ponto de partida do ensino da matemática, e, *através* da resolução de problemas, deve se fazer a conexão entre a matemática e outras áreas do conhecimento.

O grupo GTERP define a metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática *através* da Resolução de Problema como uma composição de palavras que evidencia a dinâmica da sala de aula, pois se considera que ensino-aprendizagem-avaliação

[...] ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor *ensina*, o aluno, como um participante ativo, *aprenda* [sic], e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu *pensar matemático*, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81, grifo das autoras)

Onuchic e Allevato (2011, p. 82) indicam que professores e alunos devem assumir seus papéis no processo de aprendizagem.

O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir.

A ideia é que o professor escolha problemas capazes de desafiar a curiosidade dos alunos e, com isso, despertar seus interesses em resolvê-los e, através da mediação, levar esses alunos a se tornarem investigadores. Para D' Ambrósio (1993, p. 37), num ambiente de Resolução de Problemas, o professor:

[...] deixa de ser a autoridade do saber e passa a ser um membro integrante dos grupos de trabalho. Muito do que surge das investigações dos alunos será novidade para o professor. A contribuição do professor para o trabalho será a visão do que vem a ser a atividade matemática, em particular do que vem a ser a proposição e resolução dos problemas.

Com o intuito de melhor esclarecer a utilização dessa metodologia na sala de aula, em 1999, Onuchic publicou o primeiro roteiro de orientações para o desenvolvimento dessa metodologia, formuladas a partir de discussões com outros pesquisadores do GTERP. Em 2011, com algumas alterações Onuchic e Allevato (2011, p. 84-85) publicaram a segunda versão desse roteiro, que, com as alterações ficou assim:

1. *Preparação do problema* - Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que, sempre que possível, o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.
2. *Leitura individual* - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
3. *Leitura em conjunto* - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
 - Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
 - Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, até consultar um dicionário.
4. *Resolução do problema* - A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como coconstrutores da *matemática nova* que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.

5. *Observar e incentivar* – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupos, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor, como mediador, leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.

- O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos, estratégias) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e os ajuda, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

6. *Registro das resoluções na lousa* – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

7. *Plenária* – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

8. *Busca do consenso* – Depois de sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

9. *Formalização do conteúdo* – Neste momento, denominado formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 83-85)

Portanto, os alunos precisam ter oportunidades de fazer matemática, de vivenciar situações que envolvam

Legítimas experiências matemáticas, ou seja, experiências semelhantes às dos matemáticos. Essas experiências devem se caracterizar pela identificação de problemas, solução desses problemas e negociação entre o grupo de alunos sobre a legitimidade das soluções propostas. Esse processo de negociação levará os alunos a discutirem a natureza de demonstrações, formalização e simbolização, e, com a habilidade do professor, levará os alunos a compreender a arbitrariedade de processos históricos-sociais, como esses simulados em sala de aula, na decisão do que venha a constituir conhecimento a ser institucionalizado e conhecimento a ser desprezado e descartado. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 85)

Neste trabalho, pretendemos lançar mão dessa metodologia, pois acreditamos que, dessa forma, contribuiremos para que os professores possam utilizá-la em suas respectivas salas de aula e, com isso, possam despertar o interesse dos alunos em resolver problemas, tornando-os investigadores e coconstrutores do próprio conhecimento.

De acordo com Onuchic (2013), os trabalhos do GTERP auxiliaram a disseminar a metodologia Resolução de Problema no Brasil, juntamente com a publicação dos PCN (BRASIL, 1997, 1998) de matemática para o Ensino Fundamental e do PCN Ensino Médio (BRASIL, 2000), cuja base são os *Standards* (NCTM, 2000)².

Onuchic e Allevato (2004) reiteram, ainda, que a publicação dos documentos oficiais favoreceu o fortalecimento da Resolução de Problema³ (RP), como uma tendência na Educação Matemática bem como consolidou-a como metodologia de ensino de matemática no Brasil.

Para compreender a resolução de problema, precisamos, inicialmente, entender o que é um problema. Para Onuchic (1999), problema é “[...] tudo aquilo que não se sabe, mas que se está interessado em resolver” (ONUCHIC, 1999, p. 215).

O problema é o ponto de partida que orienta o trabalho de aprendizagem de novos conceitos matemáticos e de ressignificação de conceitos já preexistentes, além de ele poder ser o elo de construção de experiências significativas, pois o ambiente e a participação efetiva dos sujeitos, professores e alunos, possibilitam construir conhecimentos e espaços de discussões acerca da situação proposta (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Ademais, a RP faz com que professores e alunos se coloquem em movimento, se mobilizem. Para Charlot (2000, p. 55), “*mobilizar-se é pôr-se em movimento*”, ou seja, colocar-se em movimento de uma atividade referente ao aprender matemático. Para Smole, Diniz e Cândido (2007, p. 14), são problemas “todas as situações em que se pode problematizar, em que não se tem um caminho pré-definido para resolver ou que se tenha uma solução clara, é necessita investigação para se chegar a uma solução”.

Na perspectiva desses autores, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) e as Diretrizes Curriculares do Estado de Goiás (DC-GO) (GOIÁS, 2019) indicam que o

² Marcatto e Onuchic (2021, p. 53) destacam que a “pesquisa que floresceu durante a década de 1980 teve um importante impacto nas práticas escolares, devido às publicações do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (Conselho Nacional de Professores de Matemática), nos Estados Unidos, em 1989 os Padrões de Currículo e Avaliação para a Matemática Escolar, em seguida os Padrões Profissionais para o ensino de Matemática (1991) e os Padrões de Avaliação para a Matemática Escolar (1995). Assim, o trabalho empregado pelo NCTM ao longo de duas décadas (1980 e 1990) culminou na publicação em 2000 do livro *Princípios e Padrões para a Matemática Escolar*, conhecidos com *Standards*, trazendo fundamentação teórica e orientações para os professores de matemática, bem como exerceu influência em currículos de outros países na implantação, sistematização e divulgação da Resolução de Problemas”.

³ De agora em diante, nos referimos à Resolução de Problema com RP

ensino de matemática deve possibilitar a emancipação do aluno e desenvolver a capacidade de argumentação e tomada de decisões. Nessa questão, as DC-GO (GOIÁS, 2019, 658) entendem a RP, como uma maneira de:

aprender Matemática [que] exige resolver e elaborar problemas diversos. A resolução de problemas é uma abordagem que prioriza o desenvolvimento de projetos com situações de matemática em uso, situações-problema do dia a dia, ou ainda, situações dentro da própria Matemática, ou em outras áreas do conhecimento, superando assim a Matemática da técnica e das fórmulas. Consiste em atividades que desenvolvam o raciocínio, a comunicação e a elaboração de modelos matemáticos, que evidenciam, sobretudo, o caráter integrador da Matemática.

Em conformidade com essa concepção de educação, Fiorentini (2012, p. 76) destaca que

quando o professor dá voz e ouvidos ao modo de pensar e significar dos alunos, eles o surpreendem com seus raciocínios e estratégias de resolução de problemas; e com suas conjecturas e argumentações. O professor-pesquisador que adota esses procedimentos e assume essa postura de escuta sensível não demorará em perceber que, através da exploração e da resolução de problemas abertos, são os próprios alunos que lhe ensinam a como desenvolver aulas mais significativas e instigantes.

É importante que o futuro professor vivencie experiências de resolver problemas durante sua formação inicial pois, como muito bem pontua D'Ambrosio (1993, p. 39), “futuros professores constroem seu conhecimento sobre o ensino da Matemática através de suas experiências com o ensino”. E que essa experiência perdure, quando já em exercício, para aprimorar seus conhecimentos da práxis.

Em vista disso, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problema pode, quando trabalhada de forma bem planejada, favorecer ao professor repensar suas práticas e conhecimentos; e ao aluno, entender a disciplina e, conseqüentemente, ter vontade de aprendê-la.

A RP pode contribuir com a aprendizagem tanto de alunos quanto de professores e futuros professores, pois esta metodologia possibilita as tomadas de decisões, desenvolve uma aprendizagem que busca relacionar a matemática da escola com a matemática da vida, ou seja, “a matemática dos matemáticos e a matemática das ruas” (LINS, 2004, p. 93); estimula a investigação, o desenvolvimento de estratégias próprias, perspectiva a autonomia e a criticidade do aluno e de professores.

Afinal para D' Ambrósio (1993, p. 37), “compreender como pensam as crianças, como analisar o pensamento delas, como gerar seu entusiasmo e curiosidade é essencial” para professor e futuro professor de matemática. Para isto, é necessário que alunos, professores e futuros professores vivenciem experiências de resolvedores de problemas. Para tal, quando planejamos ações, estas devem ser cuidadosamente elaboradas e pensadas, pois, a partir delas, podemos refletir sobre as aprendizagens das matemáticas, ou seja, é “essencial que o programa de formação de professores facilite esse processo, criando indivíduos críticos de sua própria ação e conscientes de suas [...] responsabilidades na formação matemática [...]”.

Contudo, isso não é uma tarefa fácil, mas com planejamento e foco nos objetos de aprendizagens, é possível plantar essa semente nos professores e esperar que eles, por sua vez, se disponham a fazer uso desta metodologia em suas aulas.

Burkhardt (1988 *apud* Chaparin, 2019, p. 59) destaca três aspectos que se constituem como desafios para o professor, quando ele se propõe a ensinar matemática por meio da RP, quais sejam:

- a) matematicamente – o professor pode perceber as implicações dos alunos após as diferentes abordagens, sejam elas positivas e, se não, o que ele pode fazer para mudar o quadro apresentado.
- b) pedagogicamente – o professor pode decidir quando intervir e que sugestões deve dar para os alunos, ou grupos de alunos, para que os mesmos encaminhem suas soluções por si próprios.
- c) pessoalmente – o professor pode estar frequentemente na posição, não comum para professores de matemática e desconfortável para muitos, de não saber, para funcionar bem sem todas as respostas requer experiência, confiança e autoconsciência.

E paralelo a isso, Chaparin (2019) ressalta que o professor é determinante para alcançar os objetivos propostos, uma vez que cabe a ele criar um ambiente apropriado em que o aluno se sinta à vontade para expor suas ideias. O professor deve manter um equilíbrio entre apoiar os alunos, incentivá-los para que não desistam diante das dificuldades, tomando cuidado para não dar dicas que facilitem demais a solução dos problemas.

Fiorentini (2012, p. 70), corrobora Chaparin (2019), afirmando que a sala de aula se constitui em um ambiente exploratório-investigativo, pois acontece ali

[...] uma prática complexa, polifônica e polissêmica de produção e negociação de sentidos e significados sobre o que se aprende. Interpretar e analisar esses sentidos e significados representa um campo fértil e infundável de produção de conhecimentos sobre a aprendizagem tanto do aluno quanto do professor.

Para tanto, cabe ao professor interessado em aperfeiçoar sua prática não se acomodar com a formação inicial, mas sim, procurar se inteirar das diversas metodologias que lhe possibilitem uma atuação ativa dos seus alunos no processo de construção do conhecimento. E como visto até aqui, trabalhar com a RP se configura como um eficaz caminho. É importante que o professor esteja disposto a desempenhar seu papel de mediador da construção do aprendizado, abandonando a repetição e saindo, assim, do que Skovsmose (2000) denomina de paradigma do exercício.

O tópico seguinte volta-se para discutir a metodologia RP associada ao uso de jogos nas aulas de matemática.

2.2 Resolução de Problema e o Jogo

As transformações que ocorrem na sociedade de modo geral devem ser acompanhadas por mudanças também na escola. Neste sentido faz-se necessário cada vez mais utilizar metodologias que permitam ao aluno a construção de sua autonomia através de atividades que permitam ao professor despertar no aluno a vontade de aprender, e que este aluno consiga perceber o significado do que está sendo ensinado.

Com um pensamento voltado para o significado do que se aprende, Freire (1974) discute, em *A pedagogia do oprimido*, o currículo das escolas. Ele criticou a forma com que os conteúdos eram apresentados aos alunos, denominando essa educação de “educação bancária”, em que o professor era o centro do conhecimento, e os alunos meros receptores dele. Ele acreditava ser a atuação do indivíduo essencial para o processo de construção e apropriação do conhecimento.

D’Ambrósio (1996) defende que a educação tem que partir do conhecimento presente e preparar para uma atuação futura. Ideia essa também adotada por Grando (2000, p. 10):

A ponte que relaciona o passado e o futuro é o presente e, neste sentido, pôr em prática hoje o conhecimento construído pela humanidade ao longo do tempo, isto é, pressupostos teóricos acumulados ao longo dos tempos, prepara o indivíduo para atuar no presente e construir o futuro, onde será possível rever os equívocos adotados e reestruturá-los a uma nova ação, e uma nova realidade.

Para que se tenha uma educação capaz de levar o aluno a compreender o presente e prepará-lo para uma atuação futura, cumpre associar o seu cotidiano aos conteúdos estudados em sala de aula, dar sentidos e significados a estes, manter o interesse para o aprender, adotar

uma postura mais freiriana, lançar mão de metodologias capazes de incluir o educando no processo de construção do conhecimento.

Como define Charlot (2000), *dar sentido* é algo complexo, para tanto apresenta como forma de esclarecimento o que se tem em mente sobre o tema. Em suas palavras:

[...] tem sentido uma palavra, um enunciado, um acontecimento que possam ser postos em relação com outros em um sistema, ou em um conjunto; faz sentido para um indivíduo algo que lhe acontece e que tem relações com outras coisas de sua vida, coisas que ele já pensou, questão que ele já se propôs. É significante [...] o que produz inteligibilidade sobre algo, o que aclara algo no mundo. É significante [...] o que é comunicável e pode ser entendido em uma troca com outros. Em suma, o sentido é produzido por estabelecimento de relações, dentro de um sistema, ou nas relações com o mundo ou com os outros. (CHARLOT, 2000, p 56)

Nesta concepção, o sentido não é estático, mas se relaciona com a percepção que o sujeito tem do mundo à sua volta, a relação entre o que pretende alcançar (meta) e a razão que oriente a ação (móbil) que o leve ao objetivo.

Moura (1994 *apud* Grando, 2000) defende que o processo de ensino-aprendizagem passa a ter significado, quando ele se torna dinâmico; quando se apresenta ao aluno uma situação-problema, cujas respostas devem ser constantemente realinhadas; quando se coloca o foco na construção do ser humano, a fim de proporcionar condições para que se desenvolva o seu modo de ver e interagir com o mundo à sua volta, com isso consegue usar a linguagem matemática no seu cotidiano para ler o mundo.

As atividades desenvolvidas por professores do Paraná, publicadas no caderno *Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE artigos* (PARANÁ, 2013, vol. I), evidenciam que a resolução de problema é uma alternativa interessante para possibilitar a apropriação e a significação dos conceitos matemáticos bem como para aproximar, através de construções de problemas significativos, a matemática da sala de aula e a matemática da vida dos alunos, o que pode despertar o gosto pelo aprendizado.

Quando o aluno e o professor se colocam em movimento de aprendizagens, eles apreendem “o mundo e, com isso, [...] se constrói e transforma a si próprio: um sujeito indissociavelmente humano, social e singular” (CHARLOT, 2005, p. 41). Como sujeitos, somos seres constituídos de/por desejos e movidos por esses, bem como pela vontade de aprender, isto é, é o próprio sujeito, aluno e/ou professor, quem se mobiliza para a aprendizagem de conhecimentos e saberes (CHARLOT, 2000, p. 33).

E uma possibilidade de mobilizar⁴ conhecimentos é a resolução de problemas. Para Dante (2003), a resolução de problemas permite que o aluno elabore e pense em estratégias para resolver um determinado problema, o que lhe possibilita construir conhecimentos, raciocínios e tomadas decisões. Além disso, essa metodologia, quando atrelada aos jogos, pode propiciar que o aluno elabore estratégias de jogo, de acordo com o problema de jogo proposto.

O *Caderno* (PARANÁ, 2013) defende que essa é uma metodologia que facilita a aplicação de conceitos matemáticos nos diversos campos da matemática, pois desenvolve habilidades inerentes do cotidiano almeçadas pelo ensino da matemática, como comparar, interpretar, organizar dados, argumentar e tirar conclusões a partir de seus registros.

Grando (2000) também reforça que a utilização do jogo quando bem conduzido, como alternativa para o desenvolvimento de habilidades, pode ser uma ferramenta que viabiliza discutir ideias através das situações vivenciadas durante o desenvolvimento do jogo.

A DC-GO (GOIÁS, 2019, p. 662) indica que “recursos didáticos como jogos, [...] precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão”.

Esses são os pressupostos que nos levaram a propor o jogo como alternativa para o trabalho com conceitos matemáticos com intuito de desenvolver habilidades, interações, coletividade, criticidade, componentes essenciais na vida de qualquer cidadão, uma vez que ele permite desenvolver inúmeras habilidades, tais como: organização, paciência, atenção, concentração, antecipação jogadas, elaboração de estratégias e tomada de decisões bem como reflexão sobre suas ações e jogadas.

Contudo, Grando (2004) chama a atenção que jogar não significa apenas propor algo diferente, pois isso por si só não garante aprendizagem. Faz necessário que o docente, ao propor um jogo como atividade pedagógica, ele tenha clareza dos objetivos que pretende atingir, das habilidades matemáticas que deseja desenvolver, que planeje os procedimentos a serem efetivados, como reiteram Grando (1995, 2000) e Grillo (2012, 2014, 2018). Contudo, nem sempre isso é fácil. Daí a relevância de ele se preparar, de ele se capacitar para desenvolver essa metodologia em sala de aula, de ponderar os diferentes aspectos que podem interferir positiva ou negativamente nesse aprendizado. Em suma, ele precisa planejar cuidadosamente.

Ao planejar uma atividade de jogo, cabe conhecer os diferentes tipos deles. E Grando (1995, p. 53-54, grifos da autora) nos auxilia aqui:

⁴ O termo mobilizar aqui foi utilizado no entendimento proposto por Charlot, (2000, p. 57), em que ele faz um paralelo entre mobilização e motivação. Mobilização implica em mobilizar-se (de dentro), enquanto motivação implica no fato de que se é motivado por alguém ou por algo (de fora).

Jogos de azar – [...]. São aqueles que dependem apenas da “sorte” para vencer. O jogador não tem como interferir ou alterar na solução. Ele depende das probabilidades para vencer. Exemplos deste tipo de jogos são: lançamento de dados, par ou ímpar, cassinos, loterias...

Jogos quebra-cabeça - são aqueles em que o jogador, na maioria das vezes, joga sozinho e sua solução ainda é desconhecida para ele. Exemplos desse tipo de jogo, são: quebra-cabeça, enigmas, paradoxos, falácias, probleminhas e Torre de Hanói.

Jogos de estratégias (e/ou jogos de construção de conceitos) – [...] São aqueles que dependem única e exclusivamente do jogador para vencer. O fator “sorte” ou “aleatoriedade” não está presente. O jogador deve elaborar uma estratégia, que não depende de sorte, para tentar vencer o jogo. Exemplos desse tipo de jogo, são: xadrez, damas e kalah.

Jogos de fixação de conceitos – são aqueles cujo objetivo está expresso em seu próprio nome: “fixar conceitos”. São os mais comuns, muito utilizados nas escolas que propõem o uso de jogos no ensino ou “aplicar conceitos”. Apresentam o seu valor pedagógico na medida em que substituem, muitas vezes, as listas e mais listas de exercícios aplicadas pelos professores para que os alunos assimilem os conceitos trabalhados. É um jogo utilizado após o conceito.

Jogos pedagógicos – [...] São aqueles que possuem seu valor pedagógico, ou seja, que podem ser utilizados durante o processo ensino-aprendizagem. Na verdade, eles englobam todos os outros tipos: os de azar, quebra-cabeça, estratégia, fixação de conceitos e os computacionais; pois todos os estes apresentam papel fundamental no ensino. [...].

Jogos computacionais – são os mais modernos e de maior interesse das crianças e jovens na atualidade. São aqueles que são projetados e executados no ambiente computacional.

Essas concepções de jogos não serão discutidas nesta pesquisa, pois nosso foco se restringe à categoria jogos de estratégias, dentro desta, centramos exclusivamente no uso do xadrez como instrumento para a produção de conhecimento no ensino de matemática através da resolução de problema.

Grando (1995) destaca que muitos matemáticos confundem jogos de estratégia com a *teoria* dos jogos de estratégias ou teoria dos jogos matemáticos, em que esse tipo de jogo, após analisado e levantadas todas as possibilidades, chega-se ao que se chama de “estratégia ótima”, em que um jogador, ao aplicar essa estratégia, garante a vitória independentemente da ação desse adversário. A busca em provar a existência ou encontrar essa estratégia ótima consiste no objeto de estudo dessa teoria.

Ao ser encontrada essa “estratégia ótima”, o jogo perde o sentido, uma vez que já se sabe como vencer ou quem vence. Grando (1995) lembra que a certeza da existência dessa estratégia ótima não garante a possibilidade de que ela possa ser encontrada.

Essa não é a definição de jogo de estratégia apresentada por Grando (1995, p. 54), ela destaca que:

Procura-se uma definição para o jogo de estratégia que valoriza o processo pelo qual possa um jogador para determinar estratégias para vencer o jogo. Não se considera esse determinismo em relação a quem começa a jogar. Assim, o processo de formação, os erros, os procedimentos utilizados para a solução e os valores atribuídos pelos sujeitos para tais procedimentos são resgatados e valorizados no processo de ensino-aprendizagem pelo jogo.

Essa concepção de um jogo aberto que possibilita a formulação de estratégias, colocando os jogadores como protagonistas de suas ações, diante do seu adversário e do próprio jogo, vem ao encontro da estratégia de RP, que valoriza o processo, o caminho percorrido, utilizando os erros como momento de aprendizados para pensar em novas estratégias para se chegar ou não a uma solução e, com esse movimento de construir e reconstruir, ir formando novos conceitos e novos conhecimentos, os quais serão utilizados em novas situações-problema e, assim, se consolida o conhecimento.

Para tanto, Grando (1995, p. 55) define cinco condições que o jogo necessariamente precisa apresentar para ser qualificado como jogo de estratégia.

- 1- O jogo deve ser para dois ou mais jogadores;
- 2- O jogo deve ter regras para o jogador seguir;
- 3- As regras devem estabelecer as metas para os jogadores, e suas metas individuais devem ser conflitadas, gerando situações conflitantes;
- 4- Os jogadores devem ser capazes de escolher seu próprio caminho ou ação na tentativa de pesquisar suas metas individuais. Isto é, o jogo deve representar um verdadeiro desafio para o jogador;
- 5- Deve estar claro quando um jogador vence o jogo.

A autora ressalta a necessidade de que o jogo de estratégia seja para mais de uma pessoa, pois deve haver o confronto de ideias em que a ação de um jogador tenha relação direta com a ação de seu adversário, ou seja, em cada jogada, os jogadores são postos em situações de pensar em uma estratégia para superar seu adversário, e para isso se utilizam de conhecimentos anteriores, do levantamento de hipóteses e da análise das jogadas, na intenção de não depender apenas de sorte ou de seguir uma série de regras preestabelecidas durante as jogadas.

Para Moura (1991), o jogo e a resolução de problema possuem características convergentes, pois o jogo só é jogo se o sujeito se dispuser a jogá-lo, da mesma forma que um

problema só é problema, se o indivíduo se dispuser a resolvê-lo. Para além, Moura (1991, p. 50, grifo do autor) aponta que “o jogo e o problema não estão só no indivíduo - eles são gerados por uma ação externa, são consequência das ações desencadeadoras no meio externo e que causam um conflito cognitivo: no jogo, o conflito é ‘competir’; no problema, o conflito é resolvê-lo.”

Este autor, ainda, realça que a integração entre uma atividade de jogo e a resolução de problema, no sentido de produzir conhecimento, está diretamente ligada ao planejamento do professor.

A união entre o jogo e a resolução de problemas está, assim, intimamente vinculada à intencionalidade do professor, que é um dos arquitetos do projeto pedagógico do trabalho coletivo da Escola. Este projeto tem um começo - a cultura primeira - e um fim - a cultura elaborada -, sendo ambos móveis; trata-se do conhecimento em movimento. Aquele conhecimento que é síntese de um processo passa a ser começo de outros, num movimento crescente. (MOURA, 1991, p. 51)

Convergindo com as concepções de Moura (1991), Grillo (2012), Grando (1995, 2000) e Silva (2008) reiteram a relação direta entre as atividades de jogos e a resolução de problemas matemáticos. Para Silva (2008, p. 280):

“A conjunção dos processos cognitivos que são requeridos para a compreensão de problemas matemáticos poderá ter nos jogos de regras um poderoso aliado, uma vez que, para se jogar operativamente, é necessário que haja a construção de um modelo de pensamento que poderá ser semelhante ao modelo requerido para a resolução de problemas. Assim, o movimento que o jogador faz para atingir o objetivo do jogo poderá se configurar como uma situação desafiadora que poderá promover conflitos cognitivos que, na busca de sua solução, propiciem a aquisição de novas e melhores formas de pensamento, cujos modelos também podem ser aplicados na resolução de problemas. Desse modo, entende-se que desenvolvimento e aprendizagem são contextos interdependentes de conhecimento e as relações que se estabelecem entre o jogo e a resolução de problemas podem ser consideradas como a mesma forma aplicada a diferentes conteúdos.”

Quando o aluno tem contato com um jogo, é preciso, primeiro, que ele se familiarize com o material e suas regras, aprenda a decidir o que é relevante ou não para se jogar e compreenda a finalidade e o porquê de o jogar. Mas, para Silva (2008, p. 280):

é na intervenção realizada por meio de questões que tenham por objetivo permitir ao jogador a análise de suas condutas até então adotadas, que o jogo, durante as partidas, ganha a sua maior importância por contribuir para a reorganização de estratégias e para a construção de novos e melhores meios de pensamento. Pretende-se, com isso, que o estudante mobilize suas

condutas, aplicando à resolução de problemas matemáticos a mesma análise utilizada para atingir o objetivo do jogo.

Quando o aluno joga, ele se coloca em movimento, se mobiliza numa competição, se propõe a resolver os problemas do jogo, para isso ele elabora estratégias visando atingir um objetivo: ganhar o jogo.

Para Grandó e Marco (2006, p. 101), no ato de jogar

o estabelecimento do inesperado se dá no momento em que o aluno, ao jogar e se divertir, depara-se com uma situação, um problema apresentado ou ocorrido na partida e sente a necessidade de elaborar uma estratégia para poder continuar suas jogadas. O inesperado traz para o aluno um misto de sensações de ansiedade, medo, angústia, incerteza, hesitação, alegria, ou seja, a situação dilemática em que sente desafiado a resolver o problema para, assim, vencer o jogo.

O jogo, nessa perspectiva, pode ser um recurso pedagógico para se mobilizar, produzir e compreender os conceitos matemáticos. Grandó (2000, p. 33, grifo da autora) afirma que o jogo pode ser entendido como um “problema que ‘dispara’ para a construção do conceito”. Para ela, “o jogo e a resolução de problemas se apresentam impregnados de conteúdo em ação e que, psicologicamente, envolvem o pensar, o estruturar-se cognitivamente a partir do conflito gerado pela situação-problema” (GRANDÓ, 2000, p. 33).

Como defende Grillo (2012), o jogo pode ser considerado um problema dinâmico, visto que ele possibilita aos alunos resolverem problemas, investigarem, criarem estratégias, tomarem decisões, analisarem e reformularem hipóteses e estratégias. Grillo (2014, p. 3, grifo do autor) reconhece que

o xadrez, como “problema dinâmico”, pode ser considerado como um desencadeador de situações-problema que engendra condições que visa colocar o aluno em um movimento de pensar de forma ativa, crítica e reflexiva. Corroborando com a ideia supracitada, Grillo (2012, p. 60) afirma que o jogo de xadrez como um problema dinâmico é caracterizado pela [...] ação do aluno ao executar uma jogada, no qual em seguida, ele recebe uma “resposta” do seu adversário, de tal modo a gerar uma nova situação-problema. Dessa maneira, partindo de análises do jogo, frente a esta “resposta”, um novo movimento se constituirá, dando subsídios para o restabelecimento de uma nova estratégia.

Assim, entendendo que a utilização do jogo numa perspectiva da resolução de problemas pode auxiliar alunos e professores na aprendizagem de conceitos e práticas, pretendemos oferecer esse suporte por meio de um curso de formação de professores com foco na utilização do jogo de xadrez numa perspectiva da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-

Avaliação de Matemática através da Resolução de Problema como forma de dinamizar o ensino de matemática.

A seguir, apresentaremos o xadrez como sendo uma perspectiva de jogo para se trabalhar com a matemática na formação de professores que ensinam matemática na Educação Básica.

3 O XADREZ E A MATEMÁTICA

Há uma grande incerteza sobre a verdadeira origem do xadrez bem como o real motivo que levou à sua criação. O que intriga os pesquisadores é a questão de um jogo, que apresenta características tão complexas e desafiadoras, ser capaz de despertar o fascínio de quem se dispõe a conhecê-lo. Teria ele surgido ao acaso, ou simplesmente para uma simples diversão. Estudos realizados por Silva (2010), baseados em Pinnick (1992), indicam que:

Durante muitos anos, tem-se afirmado que o jogo de xadrez deve ter um significado simbólico muito maior que um mero passatempo. Entre outras coisas, ele tem sido associado ao treinamento mental, à estratégia militar, à mais complexa Matemática, à adivinhação, à Astronomia e à Astrologia. [...] Em sua monumental obra *Science and Civilization in China*, Joseph Needham afirma que uma técnica quase astrológica teria surgido na China entre os séculos I e II d. C., com a finalidade de determinar a condição de equilíbrio entre as qualidades complementares do *Yin e Yang*. Needham acredita que essa técnica adivinhatória era adotada pelos adivinhos militares, tendo talvez servido de base para o jogo de tabuleiro que conhecemos como Chaturanga [o ancestral do xadrez]. (PENNICK, 1992, p. 209 *apud* SILVA, 2010, p. 36).

Estima-se que o xadrez tenha tido início há cerca de 1500 anos, na Índia, com suas raízes no jogo chamado Chaturanga. Silva (2010) conta que o jogo se espalhou pelo mundo, inicialmente por intermédio das guerras. Devido suas características intelectuais, teve boa aceitação por onde chegava. Durante a Idade Média, esse jogo era considerado o jogo dos reis e o rei dos jogos. Desde esse período vem passando por algumas transformações até chegar à forma atual.

Silva (2010, p. 40-42, grifos do autor) apresenta três marcos que contribuíram para tornar o xadrez um jogo popular:

O primeiro ocorreu no século XV, com o advento da invenção de Gutenberg⁵ que criou o tipo móvel que possibilitou a impressão de livros, incluindo os de xadrez [...]. *O segundo* ocorreu no início do século XX, com a criação da antiga União Soviética, que adotou o xadrez como complemento educacional, o que a levou a uma hegemonia maciça neste esporte. Neste estudo, apresenta alguns personagens da história soviética e mundial que eram apaixonados pelo xadrez, como Karl Marx, Lênin, Leon Trotsky, comandante Nikolay Krilenko, que foi um dos responsáveis pela popularização do xadrez na URSS, dentre outros[...]. *O terceiro* ocorre em meados de século XX, com o surgimento dos computadores, potencializado pela criação da *internet* mais no final deste século, uma vez que possibilitou o acesso à dados de inúmeras partidas e jogos

⁵ Johannes Gutenberg inventor do “Tipo móvel”: presença de madeira que servia de moldes para imprimir textos e livros.

em tempo real por todo o mundo, de forma *online*, o que facilita sua prática[...].

Após a transformação ocorrida no período da Idade Média, o xadrez que conhecemos hoje ficou assim organizado: um tabuleiro dividido em 64 casas (quadradas) coloridas em duas cores distintas e alternadas, organizadas em oito linhas numeradas de um a oito e oito colunas, nomeadas com letras de *a* até *h*, de forma que cada casa corresponde a uma única combinação, de letras e números.

O jogo é disputado entre dois jogadores⁶, cada um dispõe de 16 peças, distribuídas da seguinte forma, um Rei, uma Dama/Rainha, dois Bispos, dois Cavalos, duas Torres e, por fim oito Peões/Soldados, cada jogador com um grupo de peças de cor diferente, pretas ou brancas. A cor das peças de cada jogador é distribuída por sorteio, e, necessariamente, quem possui as peças brancas faz o primeiro movimento.

O xadrez no ambiente escolar, de acordo com Grillo (2012), está organizado em duas categorias, o xadrez como treinamento e como passatempo: *como treinamento* – os professores que utilizam essa categoria acreditam que ele deve ser trabalhado de forma a promover a vitória, assim recorrem a livros de xadrez, repetem partidas de grandes jogadores, seguem a risca os manuais de treinamento, em suas regras e táticas. *Como passatempo* – os que utilizam esta categoria acreditam que o jogo tem a capacidade de, por si só, desenvolver no aluno habilidades, ou seja, o simples fato de jogar já desenvolve o conhecimento, uma espécie de ginástica para o cérebro.

Embora ambas as categorias possuam objetivos bem definidos, não se enquadram na “*concepção pedagógica*” do jogo, proposta por Grillo (2012). Para Grillo (2012) e Grandó (2000), o que leva um jogo convencional para o âmbito do pedagógico é a mediação intencional do professor, através do planejamento e das orientações para que essa atividade não perca seu caráter educativo e atenda aos objetivos educacionais por ele definido.

Essa preocupação em relacionar o xadrez com a matemática no sentido de produzir conhecimento significativo, ao qual Grillo (2012) se refere, vem ao encontro das constatações de Almeida (2010, p. 41): “estudos relacionam o jogo de Xadrez com o ensino da Matemática, por proporcionar situações que requerem tomadas de decisões, raciocínio lógico e a possibilidade de aprendizagem através dos erros, situações encontradas em problemas matemáticos”.

⁶ Dependendo do objetivo do jogo, por ser jogando em duplas ou equipes.

Grilo (2012) então, como já dissemos, propõe uma terceira categoria, o *Xadrez Pedagógico*, com um olhar voltado não para os aspectos técnicos da matemática em relação ao xadrez, mas sim, em uma perspectiva de resolução de problema. Problemas dinâmicos, passíveis de mediação por parte do professor, com a finalidade de desenvolver estratégias próprias, lidar com as situações de conflito encontradas a cada lance, ao jogar uma partida de xadrez, ou nas estratégias de jogos pré-enxadristicos⁷. Grandó e Marco (2006) e Grillo (2014) evidenciam que o jogo tem potencial para ser um gerador de situações-problema, bem como um desencadeador de aprendizagens conceituais ou não do aluno, e do mesmo modo de aprendizagens práticas do professor. Ademais, o jogo tem a potencialidade de ser um instrumento pelo qual os problemas podem ser propostos, e ao qual se reflete sobre o movimento de pensar a resolução dos problemas de jogo (GRANDÓ; MARCO, 2006, p. 97-98).

Grillo (2014, p. 4, grifo do autor), no entanto, enfatiza que há diferença entre o jogo e a resolução de problemas. Para ele, a diferença

se fundamenta precisamente na questão da interação. Um problema, na maioria das vezes, pode ser resolvido sozinho. No jogo é totalmente diferente, pelo fato de ser um confronto entre duas pessoas ou mais, isto é, “joga-se com alguém”. Com isso, há uma interação apesar do jogo de xadrez ser “um contra um”, pois há uma “troca”, visto que um jogador “observa” a estratégia do outro sendo aplicada, e, tal aspecto, possibilita a ele apropriar-se dela antes mesmo dessa estratégia ser comunicada aos demais.

Grillo (2014, p. 4-5, grifo do autor) ainda evidencia que, no ambiente de jogo, os conhecimentos não são “certos, absolutos e irrefutáveis”, mas uma construção contínua, algo que se dá de modo “‘incerto, inacabado e refutável’, [...] em constante movimento”.

Desse modo, esse ambiente possibilita o acontecimento de conflitos de ideias, proposições, refutações e validações entre os alunos e professor.

A utilização do xadrez, numa concepção pedagógica de resolução de problema, tal qual a defendida por Grillo (2012), viabiliza os conflitos de ideias, o embate de posições, a proposição de ideias e hipóteses, as refutações e as validações entre alunos e professores, a antecipação de pensamentos e jogadas, a elaboração e organização de estratégias, entre outros.

⁷ Termo utilizado por Grillo (2012), para conceituar fragmentos de situações de jogo, criado pelo professor, com o intuito de problematizar, no sentido de fazer pedagógico, ou seja, de colocar o aluno diante de problemas dinâmicos, para pensar estrategicamente/matematicamente diante da situação, não para memorizar, mas para dar significado ao fazer pedagógico do jogo.

Diante disto, Grillo e Grando (2021, p. 128) recomendam que, para o desenvolvimento de uma atividade de xadrez escolar, pautada na concepção de xadrez pedagógico, é necessário levar em conta algumas questões, tais como:

- Tempo pedagogicamente necessário para o processo de apropriação e construção do conhecimento pelos alunos (crianças e jovens-estudantes).
- Estudo e organização dos conteúdos de ensino quanto ao xadrez.
- Objetivos que se quer atingir.
- Recursos didáticos a serem utilizados nas aulas.
- Procedimentos metodológicos (momentos de jogo, intervenções pedagógicas, variações de jogo).
- Formas de avaliação.
- Uso de estratégias tentando motivar/mobilizar os alunos durante as aulas.
- Valorização e exploração de formas diversificadas de mediação semiótica (conversação, explicação, problematização, exposição de problemas, questionamento por intermédio da fala, demonstração, modelos, esquemas teóricos, gestos coadunados com a fala, criação de situações-problema etc.).
- Construção de Ambiente de Jogo e Ambiente de Aprendizagem. Isto significa, viabilizar situações que promovam um ambiente de jogo que valorize o lúdico, ou seja, aulas no contexto do jogo e do lúdico. E, conjuntamente, promover um ambiente de aprendizagem que vise à mobilização de saberes e habilidades, à socialização de ideias, à construção de conhecimentos matemáticos e enxadrísticos. Quer dizer, explorando o jogo no contexto da sala de aula.
- Relação professor-alunos e alunos-alunos (afetividade e relação com o saber).

Esses autores reiteram, ainda, a relação que há entre o xadrez pedagógico e a metodologia de Resolução de Problema para o ensino de matemática, uma vez que esta metodologia é capaz de colocar o aluno em movimento de pensar, refletir sobre suas estratégias, conjecturar sobre as hipóteses, identificar e analisar situações-problemas, produzir sínteses e criar soluções sobre sua própria ótica e de seus colegas. Nessa situação, o jogo é conteúdo, e a Resolução de Problema é a metodologia, portanto são complementares no processo de ensino e aprendizagem (GRILLO; GRANDO, 2021).

As DC-GO (GOIÁS, 2019, p. 662) enfatizam que as aulas

baseadas em jogos de raciocínio podem ajudar a desenvolver habilidades cognitivas e socioemocionais, ou seja, a tomada de decisão, o planejamento, o gerenciamento de recursos, a resolução de problemas, a compreensão e aceitação de regras pelos estudantes, a autonomia e o pensamento lógico, possibilitando a mobilização de conhecimentos prévios.

Contudo, o jogo, embora seja uma atividade dinâmica e diferente das demais presentes na escola, por si só ele não garante a aprendizagem. Cumpre ao professor ter muito claros os

objetivos que ele pretende alcançar, organizar seus passos, criar um ambiente favorável, enfim ser um mediador desse processo. Em sendo assim, ele conseguirá despertar a curiosidade do aluno, que se sentirá mobilizado a participar da atividade por todo o decorrer da aula, buscando encontrar soluções para os problemas que lhe são propostos.

Grillo (2012, p. 12, grifo do autor) ressalta que,

tanto no problema quanto no jogo existe uma necessidade de mobilização. Nessa perspectiva, o problema só será “um problema” para o sujeito se ele o assumir como tal, por conseguinte, buscando meios para “resolver” o mesmo. No jogo não é diferente, já que o indivíduo também tem uma necessidade ao assumir-se como parte do jogo, torna-se jogador e, conseqüentemente, tem que criar estratégias para “vencer o jogo”.

Como o jogo de xadrez é um jogo que possibilita uma diversidade de estratégias, é necessário que se crie na sala de aula um ambiente que priorize a troca de experiências e que se instigue a busca para a melhor saída; que haja um diálogo entre alunos; que sejam discutidos os erros e os acertos; que sejam ponderadas as melhores ou as piores jogadas, enfim que haja uma mobilização para se chegar a uma solução adequada, até que esse conhecimento seja superado, dando movimento ao processo.

Discutir as partidas, anotar as jogadas vai se configurando como um ambiente de troca, através do diálogo e da apresentação das ideias. Ao ter liberdade para expressar seus raciocínios, para refletir sobre as estratégias desenvolvidas, para desencadear novas jogadas e/ou estratégias, o aluno vai desenvolvendo em paralelo a oralidade, a argumentação, a autoconfiança. Ademais é muito significativa a percepção de que há inúmeras maneiras de resolver o problema, tal qual as atividades com resolução de problemas matemáticos.

Essa é a concepção de utilização do xadrez na sala de aula, sobre a qual pretendemos desenvolver esta pesquisa, conscientes de que é uma atividade complexa –com regras, estratégias, movimento das peças, posição das peças no tabuleiro e contagem de pontos– e que pode ser associada aos componentes curriculares de matemática e outras áreas do conhecimento de forma a desenvolver um aprendizado significativo.

A seguir apresentaremos um breve histórico da formação de professores, iniciando com os aspectos gerais da formação de professor, percorrendo os caminhos e as orientações legais, por meio de resoluções e das orientações do CNE, destacando os aspectos direcionados à formação de professor de matemática, até os aspectos da formação para a utilização do xadrez em sala de aula.

4 FORMAÇÃO DE PROFESSORES

De acordo com Tardif (2000), para que a profissão ser professor fosse profissionalizada era preciso que fossem estabelecidos os saberes necessários para isso. Os profissionais da educação diferenciam-se dos leigos por conta de um conjunto de conhecimentos técnicos e científicos, que ele adquire ao longo não só da sua formação inicial, mas também durante toda sua carreira, na experiência em sala de aula e nas oportunidades de formações continuadas. Conhecimentos que são revisáveis e aperfeiçoados, sobre os quais esses profissionais poderão ser responsabilizados e que constituem sua identidade profissional.

Como muito bem pontua Tardif (2000, p. 7), tais “profissionais devem, assim, autoformar-se e reciclar-se através de diferentes meios, após seus estudos universitários iniciais”, pois os “conhecimentos profissionais são evolutivos e progressivos” só assim ele fundamentará suas bases teóricas e práticas.

Desde as décadas de 1980 e 1990, muitos estudos têm sido desenvolvidos no intuito de reestruturar o ofício do professor, tendo como foco o processo de formação desse profissional.

Para Tardif (2000) os saberes docentes não são uniformes e passíveis de serem conceituados coletivamente, isso porque eles envolvem sua identidade, sua história de vida e profissional, suas experiências, suas relações com seus alunos e demais atores educacionais. Assim, ele os caracteriza como *temporários*; *plurais* e *heterogêneos*; e *personalizados* e *situados*.

Os saberes profissionais são *temporais*, pois embora o professor tenha uma formação acadêmica, seus conhecimentos vão sendo aperfeiçoados ao longo da vida. Como falta ao professor iniciante experiência, ele tende a resolver problemas utilizando os mesmos procedimentos de quando era estudante. Só com o passar do tempo, vai desenvolvendo novas maneiras de lidar com essas situações e as vai incorporando à sua prática, formando, assim, aos poucos a sua identidade profissional. Essa bagagem adquirida será socializada e transmitida para as futuras gerações que conviverem com esse professor.

Os saberes profissionais são *plurais* e *heterogêneos*, pois provêm de diversas fontes, da sua cultura local, do seu convívio com outros profissionais, da sua formação acadêmica, de suas experiências escolares anteriores. São variados, pois giram em torno das várias disciplinas, das tecnologias que estão à sua volta, das diferentes concepções de ensino. Nem sempre o professor se apropria de uma única concepção de ensino, muitas vezes ele utiliza várias concepções em função dos diversos objetivos a serem alcançados.

Os saberes profissionais são *personalizados* e *situados*, porque não estão somente relacionados com o seu cognitivo, mas também com suas emoções, por esse motivo não podem ser desassociados da pessoa, são pessoais. E *situados*, pois eles variam de acordo com uma determinada turma, com um determinado objetivo, com determinadas situações. E, assim, ele, se vale de suas vivências para discernir a melhor maneira de organizar o ambiente, de se situar naquela determinada situação específica.

Por fim, os saberes docentes também dizem respeito a toda bagagem que o professor foi adquirindo antes mesmo de sua formação acadêmica, através das relações sociais, da cultura do local onde está inserido. Em suma, todos esses saberes docentes têm um grande objetivo: ajudar seus alunos a serem cidadãos conscientes, autônomos e atuantes, transformadores da sociedade em que vivem.

Após discorrer sobre a construção dos saberes profissionais dos docentes, passaremos discutir acerca das dificuldades e dos problemas enfrentados no processo de formação de professores e as inquietações geradas no confronto entre teoria da formação acadêmica e prática de sala de aula.

4.1 A formação acadêmica e a prática de sala de aula

As constantes mudanças que estão acontecendo na educação têm, de certa forma, se refletindo na atuação do professor em sala de aula, tornando a profissão docente um grande desafio, e muitas vezes, inclusive, levando à desistência do exercício da profissão (NACARATO, 2013). Nacarato (2013, p.13), chama atenção para o que considera o papel da instituição escolar.

Não há como considerá-la uma instituição empenhada apenas na transmissão de conteúdos; é preciso concebê-la, também, como voltada para a criação de novas formas de vida, formas que nos moldam, que organizam nossos tempos e espaços e que acabamos por naturalizar.

Nacarato (2013) salienta que não tem sido fácil para as instituições acompanharem as mudanças ocorridas na sociedade nos últimos anos. Sair de uma sociedade capitalista na qual a escola foi criada e adentrar numa sociedade globalizada, onde a lógica é o controle, controle de tudo e de todos, tem sido um desafio. Nas escolas, esse controle associa-se aos resultados de avaliações externas.

No caso da matemática, os resultados baixos nestes mecanismos de controle têm desviado o foco da aprendizagem. Para atender a uma exigência de organismos de controle, têm sido desenvolvidos treinamentos, com o único intuito de serem obtidos dados “positivos”, a despeito de ter ou não havido aprendizagem Venco e Carneiro (2018, p. 9 *apud* PASSOS; NACARATO, 2018, p. 120) defendem que é

nesse contexto que uma série de formas de padronização se consolidam na política educacional, a partir de conteúdos, provas e aulas estandardizadas em nome de alçar melhores índices da educação, mas sem problematizar o que, de fato, os estudantes estão se apropriando e construindo um conhecimento capaz de formar cidadãos emancipados e com atuação na sociedade.

Para mudar essa realidade, para deixar de lado atividades que insistem em treinar professores, para romper com essas ideologias, voltadas para o controle, é necessário que o docente encontre “fissuras” neste processo, que lhe permitam produzir conhecimento capaz de provocar transformações significativas na sociedade (WEIGA-NETO, 2003 *apud* NACARATO, 2013).

Há de se aproximar teoria à prática, para evitar que o professor em início de carreira se depare com a realidade do chão da escola e não saiba como aplicar ali a teorias da formação acadêmica aprendidas, enfim para minimizar “o choque de realidade”, a que Fiorentini (2009) chama de sentimento de “sobrevivência” e de “descoberta”.

Como o conhecimento está em constante movimento, Fiorentini (2009) indica a formação continuada para ajudá-lo a compreender as mudanças e a elas se adaptar.

Para Freire (1994), um requisito importante para qualquer professor é a capacidade de dialogar, uma vez que não há como pensar em ensino e aprendizagem que não seja por meio do diálogo.

Em se tratando de professor de matemática, cabe a ele aproximar o que Lins (2004) chama de matemática dos matemáticos e matemática das ruas, sob pena de estar criando monstro que afastam alunos do “Jardim da matemática”. Mas, para que isso aconteça, o professor não pode se descuidar do seu constante aprimoramento, da reflexão da sua prática, de um aprendizado em sua totalidade, e não somente para atender aos mecanismos de controle.

De acordo com o DC-GO (GOIÁS, 2019, p. 656), trabalhar a matemática significa

[...] trabalhar o conteúdo com significado, [pois] proporciona ao estudante sentir o que é importante saber, o que está sendo ensinado, para sua vida em sociedade ou que o conteúdo trabalhado lhe será útil para entender o mundo em que vive, valorizando a experiência acumulada dentro e fora da escola [...].

As DC-GO (GOIÁS, 2019, p. 657) ratificam a necessidade de o docente elaborar e ter trabalhos que possibilitem o desenvolvimento da autonomia do educando, que tenham

como centralidade as aprendizagens ativas dos saberes matemáticos, cotidianos ou não, isto é, das aquisições de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores, do que devem “saber” e da mobilização desses saberes, do que devem “saber fazer” para que o estudante seja protagonista do processo ensino e aprendizagem [...].

Em conformidade com essa concepção, Ole Skovsmose (2004) destaca que a matemática deve ser desenvolvida de forma a possibilitar formação crítica e emancipadora do cidadão. Para isto, o professor deve apresentá-la na forma de resolução de problemas, permitindo aos alunos questionamentos, formulação de hipóteses e tomada das próprias decisões.

Nessa perspectiva, o professor exerce o papel de mediador das situações problematizadas, com intervenções e orientações, de forma a conduzi-los a construir saberes matemáticos, e, conseqüentemente, levá-los, a protagonizar o próprio aprendizado.

É parte da função de docente estar sempre atualizado, atento às constantes mudanças e às transformações sociais que ocorrem à sua volta para com isso ser capaz de trazer para a sala de aula um aprendizado mais significativo.

Carrilho (2006, p. 59) declara:

Enseja-se, diante destas transformações, um professor capaz de exercer a docência em correspondência com as novas realidades da sociedade, do conhecimento, dos meios de comunicação e informação, acarretando mudanças no desempenho dos papéis docente, novos modos de pensar, agir e interagir e provocando a necessidade de estar sempre se atualizando, em constante processo de formação.

É papel do docente tomar para si a responsabilidade de buscar caminhos para tornar suas aulas mais significativas, capacitando-se para isso constantemente. Só desse modo, ele poderá refletir sobre sua prática, valorizar as trocas de experiências, se inteirar de tendências e experiências que facilitam o processo de aprendizagem, enfim melhorar sua prática pedagógica.

4.2 Formação de professores no Brasil

O processo de formação de professores no Brasil vem passando por um longo processo de adequação às necessidades de uma sociedade cada vez mais tecnológica, que cobra

mudanças do sistema de ensino. O distanciamento entre o ensino escolar e a realidade dos alunos, de acordo com Gollo Junior (2019), demanda discutir a formação de professores, conciliar teoria e prática.

A partir da homologação da Constituição Brasileira, de 1988, muito tem se pensado sobre o processo de formação dos professores. Gollo Junior (2019) conta que, anteriormente, a formação de professores era composta no esquema 3 + 1, em que o conhecimento específico por área era estudado nos três primeiros anos e somente depois era estudada a didática, por um ano, havendo uma separação clara entre conteúdo (conhecimentos específicos) e prática em sala de aula.

E da mesma forma, esse modo de ensino era transmitido nas aulas. Os conteúdos eram trabalhados sem serem aproximados da realidade dos educandos, o que dificultava a compreensão deles e, muitas vezes, resultava na “aversão” pela disciplina.

O primeiro passo no sentido de determinar as diretrizes para a formação de professor foi a criação do Conselho Nacional de Educação (CNE), em 1995, – órgão colegiado vinculado ao Ministério da Educação (MEC), – que tem como função deliberar as políticas educacionais brasileiras em suas diversas formas e modalidades de ensino, além de estabelecer critérios para a formação de professores em seus diversos níveis e modalidades.

Na sequência, em 1996, foi publicada a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), n.º 9394/96, que instituiu novos critérios para atuação e a formação docente, incluído a obrigatoriedade de relacionar teoria e prática.

Para além do campo político, pesquisadores como Gamboa (1995, p. 31) pontuam que “algumas tendências defendem o primado da teoria perante a prática; outras, o primado da prática que confere validade à teoria. Esse dualismo parece ser superado quando se prioriza a relação dinâmica entre eles. O termo práxis denomina essa dinâmica”. Em 1997, o CNE lançou os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que reafirmam a importância de a educação escolar ser trabalhada de forma a relacionar os conteúdos com a realidade do aluno, indicando: a “enorme necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno. Há urgência em reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama” (BRASIL, 1997, p.15).

No entendimento do CNE, a formação docente deve considerar,

[...] a docência como ação educativa e como processo pedagógico intencional e metódico, envolvendo conhecimentos específicos, interdisciplinares e pedagógicos, conceitos, princípios e objetivos da formação que se desenvolvem entre conhecimentos científicos e culturais, nos valores éticos, políticos e estéticos inerentes ao ensinar e aprender, na socialização e construção de conhecimentos, no diálogo constante entre diferentes visões de mundo. (BRASIL, 2015, p. 12)

Entretanto, a inclusão da obrigatoriedade de uma educação voltada para a realidade dos educandos por si só não foi suficiente para que isso acontecesse realmente. Diversos estudos, como os de Fiorentini (2018), Gollo Junior (2019) concordam que o problema está em uma lacuna existente entre o conhecimento adquirido nos cursos de formação de professores e a realidade encontrada por esses professores em sua prática na sala de aula.

Para Fiorentini (2018), não tem como os futuros professores conseguirem fazer a articulação entre teoria e prática, se nem mesmo as faculdades conseguem fazê-lo. A despeito das mudanças na legislação, os cursos de formação inicial mantiveram a mesma separação de blocos de conteúdos herdados do sistema 3 + 1, sem articular os conceitos específicos e a realidade dos alunos.

Na tentativa de efetivar essa relação entre teoria e prática, na formação de futuros professores, para que isso também chegue nas salas de aulas, a meta 15 do Plano Nacional de Educação para o período 2014/2024, atendendo aos dispostos anteriormente na LDB, determina a obrigatoriedade da formação específica em nível superior para professores da educação básica um ano após a promulgação desta lei.

Com isso, o CNE publicou, em 2015 a resolução 02/2015, com base no parecer CNE/CP 02/2015, contendo os novos parâmetros para a formação de professores no Brasil, reforçando a atuação do professor e reconhecendo “a necessidade de articular as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial e Continuada, em Nível Superior, e as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica” (BRASIL, 2015, p. 22), como forma de melhorar a prática docente.

De acordo com o parecer CNE/CP 02/2015, os princípios para a formação inicial e continuada do professor de educação básica deve levar em consideração os princípios que norteiam a base nacional comum para a formação inicial e continuada, que são, “a) sólida formação teórica e interdisciplinar; b) unidade teoria-prática; c) trabalho coletivo e interdisciplinar; d) compromisso social e valorização do profissional da educação; e) gestão democrática; f) avaliação e regulação dos cursos de formação” (BRASIL, 2015, p. 22).

Mesmo com essas orientações do CNE, ainda assim não se pode garantir que a formação específica, voltada para a prática de sala de aula, ocorra de fato. Para que isso aconteça, é preciso que haja uma mobilização dos interessados para fazer a mudança acontecer. Cada um com sua responsabilidade e interesse deve fazer a sua parte para que esse processo consiga sair do papel, dos textos das legislações e chegar aos professores iniciantes, reverberando nas suas salas de aulas.

4.3 Formação do professor de matemática

As contradições entre teoria e prática, apresentadas anteriormente, também se aplicam à formação do professor de matemática. Moreira e David (2005, p, 52, grifo do autor) chamam a atenção para a diferença entre ensinar para a pesquisa e para formar professores de matemática.

[...] há uma distinção profunda e importante entre *modos de conhecer* os objetos matemáticos quando se visa a formação profissional para o trabalho de pesquisa na fronteira da teoria matemática ou quando, sob outra perspectiva, o objetivo é a formação profissional para o trabalho educativo no processo de escolarização básica.

E essa diferenciação tem sido tema de debates na Educação Matemática, uma vez que o processo de formação do professor nas instituições de ensino superior nem sempre se atentam para isso. O sistema de formação inicial do professor de matemática até bem pouco tempo, por volta dos anos 1980, de acordo com Moreira e David (2005), também seguia o esquema 3+1: os três primeiros anos voltados para os conhecimentos específicos do bacharelado e, depois, mais um ano de didática de matemática. Apesar de ter sido sugerida a modificação desse modelo, depois da Constituição de 1988, ainda continua impregnado nos cursos de licenciatura.

O parecer n.º 1302 do CNE/CES/2001 orienta que, nos cursos de graduação em matemática, deve haver uma diferença entre os cursos de Licenciatura e Bacharelado, para que os egressos deles possam exercer de forma integral sua formação profissional, qualquer tenha sido sua opção. A Tabela 1 apresenta as disciplinas do núcleo comum dos dois cursos.

Nos cursos de licenciaturas, além das disciplinas básicas deveriam ser acrescidos,

- a) conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise;
- b) conteúdos de áreas afins à Matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de suas teorias;
- c) conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática. (BRASIL, 2002, p. 6)

Tabela 1 – Das disciplinas nos cursos de Matemática

Bacharelado	Licenciatura
Cálculo Diferencial e Integral	Cálculo Diferencial e Integral
Álgebra Linear	Álgebra Linear
Topologia	xxxxxxxxxxxxx
Análise Matemática	Fundamentos de Análise
Análise Complexa	Fundamentos de Geometria
Álgebra	Fundamentos de Álgebra
Geometria Diferencial	Geometria Analítica

Fonte: Elaboração do autor (2022), adaptada do Parecer 1302CNE/CES/2001

Além dessas disciplinas, o parecer indica também as competências e as habilidades que devem ser desenvolvidas nos cursos, diferenciando-as quanto ao Bacharelado e à Licenciatura.

As competências e habilidades comuns aos dois cursos são:

- a) capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão;
- b) capacidade de trabalhar em equipes multidisciplinares
- c) capacidade de compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução de problemas.
- d) capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua prática profissional também fonte de produção de conhecimento
- e) habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-científico na análise da situação-problema
- f) estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento
- g) conhecimento de questões contemporâneas
- h) educação abrangente necessária ao entendimento do impacto das soluções encontradas num contexto global e social
- i) participar de programas de formação continuada
- j) realizar estudos de pós-graduação
- k) trabalhar na interface da Matemática com outros campos de saber

Já as competências e as habilidades específicas para o curso de Licenciatura em matemática são:

- a) elaborar propostas de ensino-aprendizagem de Matemática para a educação básica;
- b) analisar, selecionar e produzir materiais didáticos;
- c) analisar criticamente propostas curriculares de Matemática para a educação básica;
- d) desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos;
- e) perceber a prática docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente;
- f) contribuir para a realização de projetos coletivos dentro da escola básica (BRASIL, 2002, p. 3-4)

Essa separação entre a formação em bacharelado e licenciado constitui em um primeiro passo para formação inicial do professor que ensina matemática, pois o foco está em aproximar, nos cursos de licenciatura, os conhecimentos e a atuação do professor na sala de aula.

Todavia, essa distinção entre a formação para a pesquisa e a formação de professores, mesmo que orientadas pela legislação específica, não parece ser suficiente, conforme pesquisa de Ferreira *et al.* (2020). Eles estudaram as grades curriculares dos principais cursos de licenciatura em matemática, públicos e privados, bem como o material pedagógico utilizado em uma das disciplinas, e destacaram que esse material privilegia a repetição, uma vez que apresenta um breve enunciado de conceitos. Em seguida, uma fórmula matemática, sem mencionar os procedimentos para se chegar a ela, depois alguns exemplos de sua aplicação, posteriormente dá exercícios que, se bem observados, podem ser resolvidos facilmente, não levando em consideração o aspecto reflexivo no processo de construção do conhecimento.

Esses autores entendem que “[...] esses enfoques não contribuem significativamente para que o futuro professor possa desenvolver o ensino desses conceitos, pois a forma de apresentação exposta nas obras, não contempla as necessidades educacionais para a formação inicial do professor que atuará no ensino básico” (FERREIRA *et al.*, 2020, p. 99).

Este modelo reflete o que Freire (1981) denomina “educação para o adestramento” em contraposição a uma educação “transformadora”: “A educação para a ‘domesticação’ é um ato de transferência de ‘conhecimento’, enquanto a educação para a libertação é um ato de conhecimento e um método de ação transformadora que os seres humanos devem exercer sobre a realidade” (FREIRE, 1981, p. 73-74, grifos do autor). Em suma, é preciso que teoria e prática andem de mão dadas, mesmo que haja ainda um longo caminho para ser percorrido. Todavia essa é a única forma de se conseguir uma educação de qualidade.

Como forma de exemplificação, os estudos de Moreira e David (2005) discutem o modelo que os cursos de licenciatura utilizam para demonstrar os princípios da divisão, para comprovar a essência da divisão de Euclides, perpassando pela caracterização do máximo divisor comum entre dois elementos, através da combinação linear entre eles, chegando ao teorema da decomposição única em fatores primos, para, através da organização cuidadosa de seus argumentos, chegar a adaptações para conjuntos mais gerais. Essa forma de generalização não proporciona ao professor condições para relacioná-la à prática pedagógica, uma vez que esses axiomas e teoremas têm uma aplicabilidade na matemática, mas nem sempre ajuda o

aluno a entender por que motivo deve aprender o algoritmo da divisão e tampouco sabe o professor significar os objetos matemáticos para os alunos fora do ambiente da matemática.

Para tanto, Moreira e David (2005, p. 59) concluem que:

[...]o estudo nos sugere é que, tendo em vista as inadequações e insuficiências apontadas, a articulação do processo de formação na licenciatura com as questões postas pela prática docente escolar, mais do que tentar integrar à prática escolar uma formação específica orientada pela matemática científica – O fracasso histórico das disciplinas integradoras reforça a hipótese de que tal formação possa não ser “integrável”
– Demandaria uma concepção de formação “de conteúdo” que leve em conta a especificidade do destino profissional do licenciado e tome como referência central a matemática escolar.

Contudo, esse conhecimento científico não pode deixar de fazer parte da formação inicial do professor, mas deve haver uma adequação para que o futuro professor, de posse desse conhecimento formal, seja capaz de compreender pedagogicamente esses conteúdos, a fim aplicá-los com sentido para seus alunos em suas futuras salas de aula.

Essa adequação entre formação inicial e prática é amparada pela Resolução CNE 01/2002 que destaca em seu artigo 3:

Art. 3º A formação de professores que atuarão nas diferentes etapas e modalidades da educação básica observará princípios norteadores desse preparo para o exercício profissional específico, que considerem:
I - a competência como concepção nuclear na orientação do curso;
II - a coerência entre a formação oferecida e a prática esperada do futuro professor, tendo em vista:
a) a simetria invertida, onde o preparo do professor, por ocorrer em lugar similar àquele em que vai atuar, demanda consistência entre o que faz na formação e o que dele se espera;
b) a aprendizagem como processo de construção de conhecimentos, habilidades e valores em interação com a realidade e com os demais indivíduos, no qual são colocadas em uso capacidades pessoais; (BRASIL, 2002, p.1)

A formação profissional, voltada para a prática e para a realidade de onde o professor atua, mesmo com as orientações da legislação, desde sua publicação há mais de duas décadas, ainda está longe de ser alcançada, conforme estudos aqui apresentados. Porém isso não quer dizer que não devemos continuar buscando essa formação, pois esse é o caminho para um melhor processo de aprendizagem.

Neste próximo item, apresentaremos a ferramenta jogos como forma de aproximar teoria e prática no ensino de matemática, pois ele viabiliza contextualizar os conteúdos matemáticos com a realidade dos alunos.

4.4 O jogo na formação continuada do professor de matemática

Há inúmeras pesquisas desenvolvidas dentro da Educação Matemática, que discutem a prática pedagógica e suas relações com a sala de aula, como discutido anteriormente. A formação inicial do professor precisa prepará-lo para ser capaz de aliar a teoria estudada à prática de sala de aula, mas, infelizmente, nem sempre isso tem acontecido.

Um caminho para mudar essa realidade, como pontuam Grando (2000), Smole, Diniz e Cândida (2000), Lunkes e Schneider (2020) e outros pesquisadores que se debruçam sobre esse tema, são os jogos, pois eles são uma profícua ferramenta capaz de aproximar o ambiente de jogo aos conceitos matemáticos, no sentido de motivar os alunos a se interessarem por eles.

Grando (2000) destaca que é cada vez mais constante a utilização do jogo dentro da Educação Matemática, já que ele possibilita relacionar características do jogo com elemento/objeto matemático, numa tentativa de diversificar o ensino dessa ciência. Neste sentido, Lunkes e Schneider (2020, p. 4) defendem que

a inserção dos jogos no cotidiano escolar, com vistas a tornar o ensino dinâmico e interessante aos alunos, porém é preciso que haja equilíbrio entre o ensinar e o brincar, pois enquanto, para a criança, o jogo é um fim em si mesmo, o professor deve ter a intenção de ensinar e com isso organizar o local, o material, considerando características como idade das crianças, além de se questionar se o prazer está presente no jogo e auxiliar a criança, sempre que necessário.

As autoras chamam a atenção para a diferença de perspectiva de uma situação de jogo para as crianças e para o professor. Se para as crianças ele pode ser meramente uma brincadeira, para o professor ele deve fazer parte de um planejamento, de um objetivo a ser alcançado, de um propósito a ser atingido.

Assim, ao se propor a trabalhar com jogos, o professor deve se atentar para os seguintes questionamentos: Quais objetivos quero alcançar? Que conteúdo quero trabalhar? Quais habilidades quero desenvolver? Esse jogo é capaz de mobilizar o aluno? Esse jogo propicia discutir ideias e conceitos? Esses questionamentos orientam o professor para partir da ludicidade e chegar ao educacional, ao pedagógico, pois essa atividade, intencionalmente preparada, dará significado ao aluno aos conteúdos trabalhados.

Essa capacidade de despertar o interesse dos alunos deve ser explorada pelo professor de matemática como forma de dar movimento ao conteúdo por ele planejado, o que pode levar

o educando a reconhecer nas estratégias do jogo um caminho que dá significado para este conteúdo.

D'Ambrósio, B. (1993) aponta algumas características que os futuros professores, quando em formação, precisam desenvolver para terem uma boa atuação em sala de aula. Tais características podem ser adaptadas aos professores de matemática, ao planejarem uma atividade com jogo:

- a) visão do jogo;
- b) visão do que constitui a atividade jogo;
- c) visão de quais aprendizagens matemáticas podem ser desencadeadas a partir do jogo;
- d) visão de como constitui um ambiente propício à aprendizagem matemática, utilizando o jogo.

O professor precisa estar constantemente disposto a refletir sobre sua prática, para com isso ser capaz de organizar um ambiente que promova a discussão de ideias, a construção consciente da aprendizagem.

Nem sempre esse processo de aprimoramento das práticas acontece durante a formação inicial do professor. Daí a relevância de ele estar assiduamente procurando aprimorar sua formação, participando, por exemplo, de formações continuadas, onde ele possa discutir erros e acertos. Como lembra Grandó (2000, p. 12): “é necessário ao professor-educador também uma formação continuada para que possa assumir o conteúdo a ser ensinado como dinâmico e que pode ser criado, transformado e apreendido, dependendo da ação metodológica transformadora a ser desencadeada nas salas de aula”.

4.5 O professor de matemática: uso do xadrez e a resolução de problemas

A formação continuada de professor é tema recorrente nas discussões tanto na formação de professores como na Educação Básica. O documento oficial *O Pacto nacional para a Educação na Idade Certa* (BRASIL, 2012) orienta que a formação continuada de professores deve se pautar em três aspectos importante; 1) conceber o professor como sujeito inventivo e produtivo, que possui identidade própria e autonomia, como construtor e (re)construtor de suas práticas e não mero reprodutor de orientações oficiais; 2) propor situações formativas que desafiem os professores a pensarem suas práticas e mudarem as suas ações; 3) levar os professores a buscarem alternativas, realizarem projetos cujo objetivo seja alcançar não apenas

as suas práticas individuais, mas, sobretudo, as práticas sociais e colaborativas de modo a favorecer mudanças no cenário educacional e social. (BRASIL, 2012, p.20).

Em se tratando de repensar a prática docente defendida como uma das recomendações da formação continuada, Freire (2001a, p. 72) ressalta que,

A melhora da qualidade da educação implica a formação permanente dos educadores. E a formação permanente se funda na prática de analisar a prática. É pensando sua prática, naturalmente com a presença de pessoal altamente qualificado, que é possível perceber embutida na prática uma teoria não percebida ainda, pouco percebida ou já percebida, mas pouco assumida.

A formação inicial de professores tem se mostrado ineficiente em preparar o professor para atuar em sala de aula, para aproximar os conceitos e a realidade dos educandos. Moreira e David (2005) pontuam, que devido à grande diversidade de realidades e interesse, apenas a formação acadêmica não será suficiente para preparar eficazmente o docente, daí a necessidade de uma formação complementar com o foco na realidade e na necessidade dele.

Uma alternativa para o ensino de matemática como forma de transformação no cenário educacional e social é a utilização de jogos, em especial, de estratégias. Grando (2000) define jogos de estratégias como aqueles em há uma disputa entre, no mínimo, duas pessoas e que a ação de uma remete a uma resposta do seu adversário, cada um com sua estratégia, sem qualquer influência do fator sorte. Neste sentido, o xadrez representa este tipo de jogo, uma vez que, durante uma partida, cada lance de um jogador desencadeia várias possibilidades de resposta, cabendo ao jogador definir a melhor resposta ao lance.

Trabalhos como os de Silva (2010), Almeida (2010) e Grillo (2012) contribuem para orientar os professores quanto ao uso dos jogos de xadrez para dinamizar o ensino de matemática.

Silva (2010) defende que o jogo de xadrez é uma forma de proporcionar aos jogador um maior desenvolvimento intelectual e social e, conseqüentemente, a cooperação e o desenvolvimento pessoal. Assim, o ensino do xadrez vai além do próprio jogo, na medida em que passa a ser um suporte pedagógico, capaz de colaborar com a formação pessoal, social e acadêmica dos alunos, buscando, dentre outros elementos, relacioná-lo com o currículo das escolas (SILVA, 2010, p. 19).

Indo além do que destaca Silva (2010), Grillo (2012, p. 53) evidencia a utilização do xadrez no ensino de matemática. Para ele é

a partir do jogo [de xadrez], no qual não se tem um conhecimento produzido a priori, mas um conhecimento que vai sendo produzido e ressignificado, validado ou refutado, ou seja, uma produção matemática dinâmica que está em movimento, partindo do ato de jogar e explorar pedagogicamente as potencialidades a partir do jogo.

Para tanto, o conhecimento matemático desencadeado no jogo de xadrez nos remete à Resolução de Problema, através do movimento de construção do conhecimento por meio de análise de situações-problema desencadeados em cada jogada, por meio das constantes tomadas de decisões, sejam elas certas ou erradas. Essa matemática difere da matemática de fórmulas, demonstrações e axiomas, que constantemente é priorizada no âmbito escolar.

Para Grillo (2009, p. 3, grifo do autor), o xadrez e a resolução de problemas são convergentes no desenvolvimento de habilidades para a aprendizagem matemática, uma vez que,

No xadrez, o aluno é estimulado a pensar estrategicamente, por este motivo ele deve decidir por si, saber raciocinar e jogar individualmente mostrando autonomia ou até mesmo jogar coletivamente, isto se caso a atividade for realizada em grupo. Por exemplo, o aluno durante uma determinada partida está com uma peça "ameaçando" outras duas de seu adversário, uma de maior valor e outra de menor, neste instante ele está diante de um problema: "qual peça capturar"?

A decisão que o jogador optar em tomar, seja certa ou errada, terá consequências, com as quais ele terá de lidar. Por exemplo, caso ele escolha capturar a peça de menor valor, fugindo da lógica do jogo, em seguida serão cobradas dele as consequências dessa escolha, a qual ele decidiu por si só, fator importante na construção de sua autonomia. Erros cometidos durante uma partida servem de instrumentos de investigação para melhorar a prática, através da análise das possibilidades e da elaboração de novas estratégias, o que desenvolve a capacidade de pensar criticamente, habilidade necessária para resolver novos problemas, seja no campo da escola seja na sua vida social.

O desenvolvimento de habilidades desencadeadas a partir do jogo de xadrez condiz com o que a BNCC (Brasil, 2018) considera como

Letramento Matemático [...] “a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.” (BRASIL, 2018, p. 264).

A tarefa de desenvolver atividades capazes de levar o educando a construir seu próprio conhecimento, de forma racional e consciente, vem se tornando a cada dia mais difícil, isso porque os alunos hoje têm apresentada uma grande falta de capacidade de concentração, muito provavelmente pelo fato de fazerem parte de uma sociedade cada vez mais dinâmica, em que as informações estão a um toque no celular ou computador. E grande parte das escolas não tem acompanhado esse dinamismo, pois oferta aulas estáticas, que não instiguem a sua participação.

Como alternativa para conseguir despertar nestes educandos o interesse pelo aprendizado em matemática está a utilização do jogo xadrez como forma de dinamizar as atividades de ensino, por ser uma atividade diferente das usuais e que, ademais, propicia desenvolver as capacidades que conduzem à compreensão da resolução de problemas diversos, ajudando-os na compreensão de uma matemática mais reflexiva e menos sistemática, tornando a aprendizagem dinâmica pelo movimento de troca entre os jogadores.

E, por ser o xadrez um jogo de estratégia, esses tipos

favorecem a construção e a verificação de hipóteses. As possibilidades de jogo são construídas a partir destas hipóteses que vão sendo elaboradas pelos sujeitos. Quando o sujeito executa uma jogada, leva em conta o universo das possibilidades existentes para aquela jogada. Nesse processo, quanto mais o sujeito analisa, executa e toma decisões sobre as possibilidades, coordenando as informações que ele vai obtendo no jogo, melhor jogador ele se torna, pois é capaz de “enxergar” as várias possibilidades. A análise de possibilidades favorece, também, a previsão e/ou antecipação no jogo. (GRANDO, 2000, p. 40)

Para Grillo (2009), o xadrez está diretamente ligado à resolução de problema, uma vez que ele representa uma poderosa ferramenta desencadeadora de situações-problema. E reitera Grando (2000) que o xadrez tem como característica propiciar inúmeros desafios: analisar, criar estratégias próprias, recuar, avaliar, ponderar, agir, o que o aproxima da metodologia Resolução de Problema.

Grando (2000) apresenta uma relação feita por Corbalán (1996) entre os jogos de estratégias e a resolução de problemas, em que são utilizados os quatro pilares da Resolução de Problemas, apresentados por Pólya (compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e avaliação dos resultados), para definir quatro etapas para elaborar as estratégias no jogo.

a) Familiarização com o jogo.

- b) Exploração inicial: procura de estratégias de resolução.
- c) Aplicação da estratégia: seleção de posições ganhadoras, validação das conjecturas, etc.
- d) Reflexão sobre o processo desencadeado.

A autora reflete ainda que, ao trabalhar o jogo numa perspectiva de resolução de problema, não há uma linearidade entre as etapas, visto que a compreensão do problema pode ocorrer após a execução e avaliação de muitas outras jogadas (GRANDO, 2000, p. 33).

Como forma de melhor compreender as relações existentes entre o jogo de xadrez e a Resolução de Problemas, Grillo (2009, p. 5), de forma semelhante, utiliza as cinco fases da resolução de problema, definidas por Dewey (1979) e o plano de jogo, estabelecendo cinco etapas para o desenvolvimento de estratégia no jogo de xadrez;

- 1- Reconhecimento da situação: o aluno faz uma breve análise das posições no tabuleiro;
- 2- Avaliação da situação: ele examina a situação material, posicional e leva em consideração as ameaças: como um ataque ou um possível contra-ataque;
- 3- Levantamento de hipóteses: é o momento no qual o aluno levanta hipóteses, buscando soluções e diferentes variações para quaisquer situações-problema;
- 4- Análise das consequências: é a análise das hipóteses levantadas, em que o aluno começa a rejeitar possíveis lances e seleciona a melhor alternativa; aqui ele reinvestiga o mesmo lance várias vezes;
- 5- Tomada de decisão: momento pelo qual o aluno, após selecionar a melhor alternativa, coloca em prática sua estratégia visando à resolução do problema.

Tal qual Grillo (2009, 2012) e Grando (2000) apontam que o xadrez constitui em uma importante ferramenta capaz de dinamizar o ensino de matemática, pois possibilita o desenvolvimento de análise, de estratégias, a tomada de decisão e a capacidade de concentração para resolver problema.

O xadrez no campo pedagógico pode ser utilizado em todas as etapas do ensino, uma vez que não necessita de pré-requisitos, características físicas ou sociais. As atividades podem ser planejadas por níveis ou etapas de ensino, garantindo a participação de forma igualitária de todos os alunos, inclusive daqueles com defasagem de aprendizagem.

A par dessas características do jogo de xadrez, cabe ao professor lançar mão dessa ferramenta com o intuito de melhorar sua prática pedagógica. O professor de xadrez não necessita ser um excelente enxadrista, mas que tenha um bom conhecimento dos elementos do jogo, que seja capaz de elaborar atividades desafiadoras, proporcionar um ambiente que propicie a troca de conhecimento através do diálogo e discussões das estratégias e jogadas.

5 METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentaremos a abordagem metodológica pela qual nos guiaremos nesta pesquisa, com a intenção de dar transparências aos dados obtidos e às conclusões às quais nossa pesquisa nos apontou.

5.1 Abordagem metodológica da pesquisa

Esta pesquisa nasceu de minha experiência como jogador de xadrez e de minha prática como professor de matemática. Após anos de trabalho com o xadrez e com a matemática, senti-me motivado a aprofundar meus estudos no sentido de relacionar o xadrez e a matemática de forma a desenvolver a aprendizagem.

Com o intuito de possibilitar esta investigação, foi elaborado e desenvolvido um produto educacional deste trabalho que consiste em um curso de formação continuada para professores de matemática na cidade de Doverlândia – GO, por meio do qual pretendemos responder à nossa questão de pesquisa: de que modo um curso, voltado à prática pedagógica com o xadrez na perspectiva da Resolução de Problemas, pode contribuir na formação continuada de professores que ensinam matemática? Como se trata de uma pesquisa da prática pedagógica, optamos por uma abordagem qualitativa que permite descrever os fatos, sem ter a preocupação em quantificar e que possibilita a interação do pesquisador com grupo, a fim de relacioná-lo com sua realidade social, especificando as particularidades de cada sujeito, com isso, analisar esses dados sob a ótica de um observador ali inserido e, assim, confrontar esses dados com o referencial adotado.

Para alcançar o objetivo desta pesquisa – Identificar as possíveis contribuições do uso do xadrez, numa perspectiva de resolução de problema, na prática docente de professores que ensinam matemática, durante um curso de formação continuada – foram desenvolvidas algumas estratégias, tal como a geral: elaborar um curso de formação de professores com a utilização do xadrez no ensino da matemática numa perspectiva de resolução de problema; e as complementares: planejar uma visita à Secretaria Municipal de Educação e às escolas do município, para apresentar o projeto de pesquisa; planejar uma reunião com os professores de matemática do município de Doverlândia; realizar uma entrevista inicial com os professores cursistas; elaborar os encontros presenciais do curso de formação com a utilização do xadrez numa perspectiva de resolução de problema; desenvolver o curso de formação com a utilização

do xadrez no ensino de matemática numa perspectiva de resolução de problema; analisar os dados coletados e estabelecer as conclusões. Para consolidar tais estratégias, foram necessários os seguintes procedimentos auxiliares:

- Elaborar os termos legais, o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), o Termo de Anuência da Instituição Coparticipante (TAIC) e o Termo de Compromisso.
- Cadastrar o curso na plataforma Brasil.
- Visitar Secretaria de Educação e escolas de Doverlândia.
- Reunir com os professores cursista de matemática do município para apresentar o curso.
- Realizar a entrevista inicial com os professores.
- Elaborar as atividades a serem desenvolvidas durante o andamento do curso;
- Selecionar os participantes do curso, por meio de convite via rede sociais/ligações.
- Reunir-se com os professores que aceitaram participar do curso, para discutir o seu andamento, horários, dias de encontros, bem como outras questões pertinentes.
- Criar uma sala na plataforma *Google Classroom*, vinculada à UFMS.
- Desenvolver o curso de formação continuada.
- Analisar os dados para estabelecer as conclusões.

A obtenção dos dados ocorreu mediante a utilização de questionários, pré e pós realização do curso, atividades desenvolvidas pelos participantes, relatórios, entrevistas, gravações em áudio, vídeo e por meio do aplicativo *Google meet*, diário de bordo e notas de campo.

Inicialmente submetemos o projeto de pesquisa ao Comitê de Ética, na Plataforma Brasil⁸. Após aprovação, entramos em contato com a Secretaria Municipal de Educação de Doverlândia-GO para explicar o projeto pretendido, e convidamos os professores a participarem desse trabalho. Além disso, entramos em contato com a escola onde seria disponibilizado o espaço para a investigação e a realização do curso.

Os professores participantes foram escolhidos após um convite⁹ feito a todos os professores que ensinam matemática na cidade de Doverlândia-GO. As dez pessoas que

⁸ Parecer de aprovação CEP - Plataforma Brasil n.º 53793221.2.0000.8082.

⁹ O convite foi enviado via Secretaria Municipal de Educação de Doverlândia-GO.

aceitaram foram convidadas para uma entrevista virtual/presencial, agendada previamente e realizada via *Google Meet*.

Apesar da prioridade ser dos professores da segunda fase do Ensino Fundamental, também foram aceitos aqueles do Ensino Médio e dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, que se dispuseram e quiseram participar do curso.

Os sujeitos da pesquisa são professores que lecionam matemática na cidade de Doverlândia-GO, e que se propuseram a ser participantes e deram o aceite no Termo de Livre Consentimento.

A Tabela 2 ilustra o perfil dos professores que concluíram todas as etapas do curso.

Tabela 2. Perfil dos professores cursistas

Professor	Formação	Área de atuação	Tempo de atuação	Modalidade de Ensino
PN	Matemática	matemática	26 anos	Ens. Fund + Médio
PK	Matemática	matemática/física	24 anos	Ens. Médio
PR	Pedagogia	matemática/xadrez	14 anos	Ens. Fund. + projeto
PRb	História	matemática/história	24 anos	Ens. Fund.+ EJA
PE	Letras	matemática	18 anos	Ens. Fund. 1ª fase
PW	Geografia	Biologia/Ed. Física/xadrez	25 anos	Ens. Fund. + Médio
PH	Pedagogia	matemática	14 anos	Ens. Fund. + Inclusão

Fonte: Elaboração do autor (2022).

Esses professores, mesmo os que têm formação acadêmica em áreas diferentes, possuem experiências de muitos anos no ensino de matemática. Por ocasião do curso, apenas um deles, embora não estivesse atuando como professor de matemática no momento, sua participação foi aceita, por ele possuir muitos anos de experiência no ensino de xadrez. Assim, julgamos ser interessante para a pesquisa sua participação.

5.2 Do curso para professores

O produto educacional consiste em um curso para professores, com o uso do xadrez como opção para desenvolver habilidades matemática em suas aulas. Inicialmente pretendemos despertar o interesse de professores e, conseqüentemente, por meio deles, levar os alunos a aprenderem matemática de forma significativa, utilizando o jogo de xadrez como base. E a partir daí usar os problemas desencadeados em situações de jogo para desenvolver habilidades inerentes à disciplina, em uma perspectiva de Resolução de Problema.

O curso foi direcionado a professores que ensinam matemática, atuantes em sala de aula na cidade de Doverlândia-GO. Dessa forma, foi feito um convite, via meios de comunicação (*e-mail*, ligações e/ou *whatsapp*) para selecionar os participantes.

Após o convite, com aqueles que aceitaram, foi feita uma entrevista,¹⁰ envolvendo questões sobre sua atuação profissional, a disponibilidade de tempo para participar do curso, a faixa etária de seus alunos. Como somente dez professores se dispuseram a participar, todos foram aceitos sem a necessidade de uma seleção por prioridade, que seria estar atuando na 2.^a fase do Ensino Fundamental.

Após a definição dos participantes, foi realizada uma reunião virtual via *Google meet*, da qual participaram nove professores, sendo que um deles não pôde estar presente. O propósito desta reunião foi definir os horários para a realização do curso, a duração dos encontros, o dia da semana que melhor se adequasse à realidade destes participantes, além de apresentar a ementa do curso.

Durante a reunião, foram apresentadas algumas propostas de encontros para os professores, incluindo encontros semanais e/ou quinzenais. Também houve sugestões por parte dos professores, no sentido de uma melhor adequação de horários de início e dias da semana da realização dos encontros de forma a possibilitar a participação de todos.

Após a conversa, ficou decidido que o melhor dia seria às quartas-feiras, com início às 19h, com duração de 5 horas/aula por encontro. Para agilizar e facilitar o envio dos materiais de estudo, foi criada uma turma virtual na plataforma *Google Classroom*, que é uma plataforma já conhecida por todos os professores cursistas. Ainda, foi disponibilizado, na turma virtual, um *link* de uma sala de vídeo-conferência virtual, criada pela orientadora, vinculada ao provedor da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), que disponibilizava a gravação, via *Google Meet*, dos encontros *on-line*.

A carga horária do curso foi de 120h, sendo 40h presenciais em encontros semanais, que ocorreram no período de março a maio de 2022, e o restante, 80h, com atividades complementares, distribuídas em leituras individuais e desenvolvimento de atividades, as quais os professores elaboraram as tarefas, desenvolveram com seus alunos e apresentaram os resultados para o grupo durante os encontros. Foram criadas cinco sequências de atividades pelos professores cursistas, com a utilização do xadrez no ensino de matemática, desenvolvidas em sala de aula. Esse era um dos requisitos para a certificação.

¹⁰ Entrevista realizada em formulário eletrônico, disponível em: (https://docs.google.com/forms/d/1aA7n_UI3Gwg9vUWAhdVCXhzn7X-Hycbtm32iBicBUc/edit)

5.3 Desenvolvimento do curso

O curso foi organizado em quatro fases: na 1.^a fase, trabalhamos com resolução de problema, aspectos históricos e teóricos, desde a heurística de Pólya, com ensino “sobre” a resolução de problema, passando pelo ensino “para” resolução de problema finalizando com o ensino “através” da resolução de problema, ressaltando a metodologia de “Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problema”, apresentada por Onuchic e Allevato (2004, 2011).

Na 2.^a fase, foi apresentado o jogo de xadrez, iniciando com um pouco de sua história, elementos do xadrez, movimento das peças, características do tabuleiro, objetivo do jogo, jogos pré-enxadrísticos¹¹, aberturas, finalizações, aplicativos de xadrez *on-line*, problemas dentro do xadrez.

Na 3.^a fase, relacionamos a matemática com o jogo de xadrez, propondo algumas atividades que possibilitavam tal associação. Na ocasião foram abordadas duas perspectivas: o xadrez pedagógico, desenvolvido por Grillo (2012), em que ele propõe a resolução de problemas, enfrentados dentro do jogo de xadrez como forma de desenvolver habilidades matemáticas, em que o jogo é o conteúdo; e a Resolução de Problema como metodologia; e o xadrez como meio para elaborar os problemas a serem trabalhados. Ou seja, o professor planeja o conteúdo e utiliza elementos do xadrez para a criar os problemas a serem trabalhados, conforme estudos de Almeida (2012) e Santos Junior (2016). Na sequência, foi a vez de os professores proporem novas atividades, valendo-se do jogo de xadrez para ensinar matemática.

Na 4.^a fase, elaboramos uma proposta de atividade de resolução de problema, envolvendo o jogo de xadrez e o ensino de matemática, que foi aplicada e desenvolvida com os alunos em suas respectivas salas de aula. Após o desenvolvimento dessa atividade, houve um encontro de socialização das atividades e foi apresentado um relatório, contendo uma avaliação do processo, ressaltando características que possam dificultar e/ou contribuir para o processo de construção do conhecimento.

Ainda nesta quarta fase, após a aplicação das atividades com os alunos, tivemos uma plenária em que foram apresentados e discutidos os resultados dos trabalhos desenvolvidos pelos professores em suas salas de aulas, quando os cursistas tiveram a oportunidade de receber e dar sugestões nos trabalhos apresentados. Esse foi um momento importante no curso, pois

¹¹ Termo utilizado por Grilo (2012), para conceituar fragmentos de situações de jogo, criado pelo professor, com o intuito de problematizar, no sentido pedagógico.

possibilitou aos participantes refletirem sobre a práxis, ao aplicarem uma atividade inovadora e transformadora. Eles puderam direcionar um novo olhar para a realidade vivenciada, apropriando-se de novos mecanismos, possíveis de replanejar seu ensino, buscando melhorar sua atuação em sala de aula.

6 ANÁLISE

O objeto de estudo desta pesquisa consiste em analisar as atividades práticas realizadas durante um curso desenvolvido com professores que ensinam matemática na cidade de Doverlândia – GO. Este curso foi organizado em 40 horas presenciais e 80 horas reservadas para estudos individuais, elaboração, aplicação e análise das atividades com alunos em sala de aula.

Foram oferecidas dez vagas, as quais foram preenchidas. Porém, no decorrer do curso, o número de participantes se reduziu para sete cursistas. As desistências se deram por problemas diversos, como: um, de ordem particular e os outros dois por incompatibilidade com outro curso, por estarem em salas dos anos iniciais do Ensino fundamental.

Dos dez participantes, de acordo com a entrevista inicial, apenas dois tinham conhecimentos ou praticavam o jogo de xadrez. O restante manifestou interesse em aprender sobre o jogo com o intuito de usá-lo como alternativas metodológicas nas próprias aulas.

Na entrevista inicial, todos os participantes afirmaram conhecer a metodologia de Resolução de Problema e que, de modo geral, eles já tinham trabalhado ou trabalhavam com ela em suas aulas.

A partir das entrevistas e dos estudos dos referenciais teóricos, elaboramos o curso e o dividimos em quatro fases, descritas a seguir.

6.1 Primeira Fase: Resolução de problema

Nesta fase, buscamos alcançar parte do objetivo específico – Identificar na Resolução de Problema e no uso do jogo de xadrez possibilidades de atividades, para o ensino dos conceitos matemáticos – e apresentar alguns aspectos históricos da resolução de problema, com ênfase na construção do conhecimento. Para tal, lançamos mão dos estudos de Ferreira (2017), em que ele traz alguns aspectos históricos a respeito da evolução das teorias de aprendizagem e os caminhos trilhados até chegar à resolução de problema.

Conforme Moraes e Onuchic (2014), a ênfase em dar sentido aos conteúdos matemáticos surgiu na década de 1930, apoiada na Teoria Significativa¹², que defende que o foco do ensino deve ser nos processos de aprendizagem e não somente nos resultados. Segundo Moraes e

¹² Teoria Psicológica, de Willian Brawnell, que serviu de sustento para o ensino de matemática nos EUA nas décadas de 1930 e 1940.

Onuchic (2014), foi nesse período que a Resolução de Problema se consolidou como metodologia de ensino, baseando-se nos passos apresentados no livro *How to solve it* (A arte de resolver problemas), do pesquisador George Polya, publicado em 1945 nos Estados Unidos.

Essa 1.^a fase do curso foi encerrada com o estudo relacionado à Resolução de Problema, feito por Schroeder e Lester (1989), em que eles ressaltam as três formas para tal: *sobre, para e através*. Para eles, o trabalho com Resolução de Problema se inicia com os passos sugeridos por Pólya, evolui para as atividades *sobre* Resolução de problema, finalizando com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problema, apresentada por Onuchic e Allevato (2011), com a sugestão dos nove passos a serem considerados para desenvolver uma atividade *através* da resolução de problemas matemática.

Essa primeira fase do curso teve duração de dois encontros presenciais de cinco horas-aulas cada, além das atividades de estudo sugeridas no ambiente virtual que foram realizadas de forma assíncronas, a partir da leitura dos textos: “Heurística de Resolução de Problemas: aspectos do ensino sobre Resolução de Problemas de matemática”, de Ferreira, Pereira e Lemos (2018) publicado no volume 1, número 1 da *Revista de Professores que Ensinam Matemática - SBEM/MT*; e “Resolução de Problemas na formação de professores”, de Lopes e Neto, (2014), publicado no caderno *Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE*¹³, volume 1.

Ao finalizar essa fase, foi aplicado um questionário para verificar o entendimento a respeito da metodologia de Resolução de Problema, bem como para conhecer a opinião dos cursistas acerca da viabilidade de desenvolver uma atividade desse tipo em sala de aula.

Neste questionário foi solicitado que comentassem sobre a metodologia de Resolução de Problema, destacando o entendimento acerca dessa metodologia antes e posterior aos encontros. Ao analisar essas respostas, tentamos verificar se havia tido ou não mudanças de entendimento.

Nessa atividade, todos os cursistas evidenciaram ter havido mudança de compreensão a respeito da metodologia de Resolução de Problema. O cursista PN relatou que: “*Até o encontro que tivemos, eu, professora de matemática tinha um conceito totalmente diferente de situação-problema, porém depois desse encontro mudei meu ponto de vista*” (CURSISTA PN, 2022). O cursista PW disse: “*Pensava que a metodologia percorria outros caminhos. Com o curso, vejo que os objetivos são os mesmos, porém os caminhos a percorrer são outros*” (CURSISTA PW, 2022).

¹³ Programa de Desenvolvimento Educacional.

A percepção e os indícios de mudança na compreensão do grupo sobre a metodologia vêm ao encontro da nossa proposta de pesquisa. Para Tardif (2000), os saberes profissionais dos professores são temporais, pois, por meio de experiências e reflexões, eles vão construindo uma bagagem prática que os acompanhará por toda a sua carreira, passando a fazer parte de sua formação profissional.

Esses cursistas, durante os encontros, em conversas que foram anotadas no diário de bordo e nas notas de campo, ressaltaram que consideravam que a resolução de problema se estendia a todas as atividades de aplicação de conceitos matemático em que havia um questionamento, uma pergunta, mesmo que houvesse uma resposta óbvia e pronta, ou que, para resolver, bastava retirar os dados e substituí-los em uma fórmula já apresentada em aulas anteriores.

Essa ideia difere do que Onuchic (1999, p. 215) entende como problema: “problema é tudo aquilo que não sabemos, mas que nos propomos, mobilizamos a resolver”.

Onuchic e Allevato (2004) defendem que o problema deve ser o ponto de partida para trabalhar um novo conceito matemático através da Resolução de Problema. Elas publicaram um roteiro contendo nove passos a serem seguidos para o bom desenvolvimento de um conceito, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problema. Contudo esses passos não indicam uma receita de forma linear, uma vez que eles podem ocorrer em diferentes momentos, e que não há uma necessidade de que seja desenvolvido todos eles. Trata-se de um roteiro sugerido pelas autoras.

As DCGO (GOIÁS, 2019, p. 381) orientam os aspectos que devem ser levados em conta na elaboração de problema, para que não seja apenas mais uma atividade de aplicação de conceitos,

A elaboração de problemas pressupõe que as situações sejam apresentadas com clareza, coerência, coesão, além disso, precisa de leitor, de revisão, de análise, de sequência de ideias e de objetividade. Para elaborar bons problemas, o estudante necessita ter repertório variado de resolução de problemas interessantes e não apenas problemas clássicos e pouco desafiadores, exigindo somente a identificação da operação.

Ao considerar as atividades de aplicação de conceitos como um problema, perde-se a característica desafiadora da Resolução de Problemas, uma vez que não se exige a inovação, não se possibilita a desenvolvimento de estratégias próprias e, sim, há uma mera repetição de procedimentos preestabelecidos. Não há uma construção do conhecimento significativo e, sim, a decoração de passos.

Na segunda questão do questionário, foi perguntado: “Na sua opinião a metodologia de Resolução de Problema é aplicável em sua sala de aula? Quais as possíveis contribuições de se utilizar essa metodologia? Quais as possíveis dificuldades?”

Em resposta ao questionamento, todos os cursistas consideraram ser possível trabalhar a resolução de problemas em sala de aula, mas, para isso, seria necessário um planejamento detalhado da atividade a ser aplicada e uma compreensão por parte do professor acerca da metodologia, uma vez que precisaria estar atento em deixar que os alunos produzissem suas próprias respostas, o que demandava um tempo maior na execução da atividade.

Como dificuldades, dois aspectos foram levantados pelo grupo e que foi consenso entre eles, são eles: o tempo e a familiaridade dos alunos com a RP. Para eles, a execução deste tipo de proposta carece de tempo, e os currículos escolares determinam os tempos para serem cumpridos durante os bimestres, semestre e até mesmo na série/ano, e ainda de conhecimento por parte dos alunos.

Como forma de amenizar a questão do tempo e da falta familiaridade dos alunos com trabalho com a metodologia da RP, foi sugerido que a proposta de atividade poderia ser trabalhada no início do bimestre e, aos poucos, ser incorporada à dinâmica habitual da sala de aula.

Alguns professores cursistas pontuaram essas dificuldades e contribuições em suas escritas, tal como o cursista PRb que observou: “[...] as contribuições são grandes, pois leva o aluno a buscar alternativas que vão tirá-los de sua zona de conforto, buscando alternativas e conseqüentemente novos aprendizados. [...] os problemas são muitos, primeiro conseguir que eles concentrem na resolução do problema [...] (CURSISTA PRb, 2022)”.

Para a professora cursista PN: “[...] os alunos vão traçando sempre novas estratégias, pois desperta a curiosidade com os desafios[...] a estratégia leva o aluno a pensar, pesquisar, experimentar, debater ideias e propor sugestões” (CURSISTA PN, 2022).

Já o professor cursista PW relatou que: “[...] as contribuições consistem em alimentar ou fomentar a busca do aprendizado através da busca pela solução do problema [...]” (CURSISTA PW, 2022).

As escritas dos cursistas nos permitiram encontrar indícios das potencialidades e das dificuldades na elaboração e na aplicação de uma situação-problema em sala de aula. Suas escritas revelaram que eles gostariam de modificar suas concepções e ações referentes ao trabalho com a RP em sala de aula, que se propunham a sair de sua zona de conforto para aprender a elaborar ações, estratégias e alternativas para o ensino de conceitos matemáticos.

Isso nos deu sinais da possibilidade futura de incorporação da RP em suas práticas nas aulas de matemática.

No entanto, também percebemos algumas resistências, justificadas pelo tempo de elaboração e desenvolvimento da atividade na sala de aula, visto que alguns professores possuíam carga horária de trabalho dobrada, pois atuavam tanto na esfera municipal quanto na estadual, e em períodos alternados, o que dificultaria o desenvolvimento desse tipo de atividade que requer um maior tempo de estudo. Mesmo assim, se dispuseram a desenvolver as atividades propostas neste curso.

6.2 Segunda Fase: Fundamentos do Xadrez

Nesta fase, trabalhamos com os fundamentos do xadrez, pois se tratava de uma turma em que a maioria não tinha qualquer conhecimento específico do jogo. Assim, consideramos todos como iniciantes, para tanto foram direcionados materiais de estudos voltados para a iniciação em xadrez, fundamentados nos estudos de Silva (2010), Almeida (2010) e Grillo (2012).

Essa fase teve duração de três encontros presenciais com cinco horas/ aulas cada, visto que os objetivos a serem alcançados nesta fase eram: (1) identificar na Resolução de Problema e no uso do jogo de Xadrez uma possibilidade de atividades para o ensino dos conceitos matemáticos; (2) analisar o movimento do pensamento matemático no jogo xadrez; (3) relacionar habilidades do jogo com habilidades necessárias no cotidiano. Acrescemos aqui o objetivo: (4) aprender a jogar o xadrez e conhecer suas regras, peças e movimentos básicos.

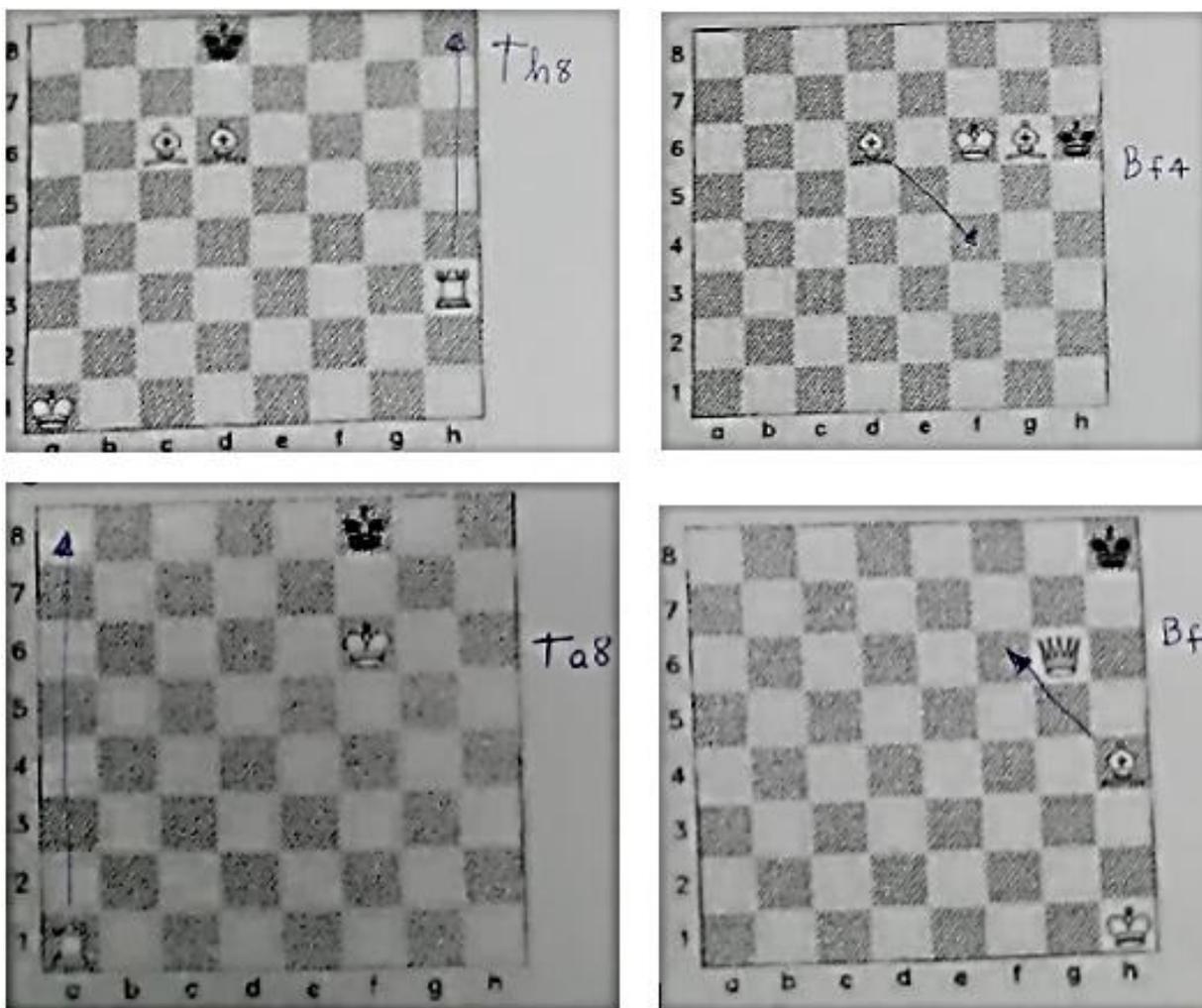
Para atingir tais objetivos, além dos encontros presenciais, foram propostas as leituras complementares como atividades assíncronas, sempre às segundas-feiras antes do encontro semanal: “O Jogo na educação: Aspectos didático metodológicos do Jogo na Educação Matemática” (GRANDO, 2000, cap. 2, p. 19-40) e, “Meu Primeiro Livro De Xadrez - Curso para escolares” (TIRADO, A.S.C.S.B; SILVA, W., 1999, cap. 1, p 8-27).

O primeiro encontro da etapa teve início com a distribuição de uma apostila: *Cartilha de Xadrez, modulo 1 iniciantes* (BARBOSA *et al.*, 2016). No encontro, foram trabalhados os aspectos iniciais do xadrez, como: nome das peças, características do tabuleiro, movimento das peças, valor das peças, aberturas e finalizações. Como forma de assimilação dos movimentos das peças e desenvolvimento de estratégias, lançamos mão dos estudos de Grillo (2012), com os jogos pré-enxadrísticos, como corrida de peão, desafio torre e rei, desafio bispo e cavalo,

xadrez por pontos bem como outras. A seguir, mostraremos algumas atividades desenvolvidas pelos cursistas, com o objetivo de identificar e realizar situações de xeque-mate. Essas atividades foram respondidas e postas na sala virtual do curso na plataforma *Google Classroom*, criada para que todas as atividades assíncronas e presenciais pudessem ser arquivadas.

Na atividade da Figura 01, foi solicitado aos cursistas que, com um único lance das peças brancas, indicassem o xeque-mate em cada situação:

Figura 1 – Xeque-mate em um lance

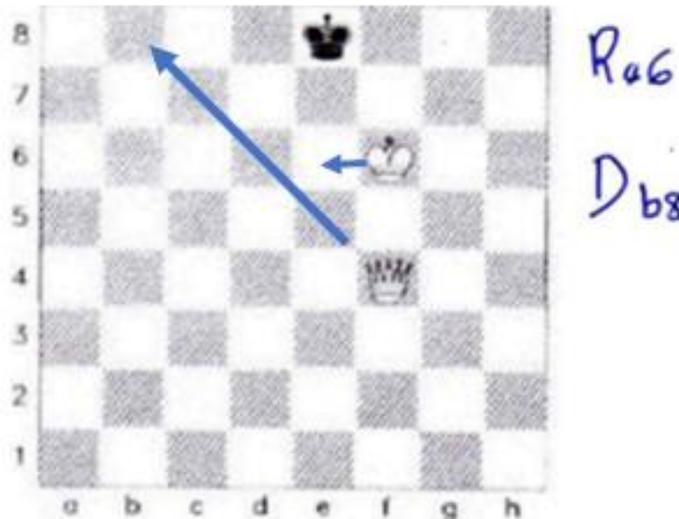


Fonte: Adaptado de Silva (2010). Arquivo sala virtual do curso, resposta cursista PN, 2022

Foi possível perceber que a cursista PN identificou com certa facilidade a jogada que deveria ser realizada, o que representa ter ela compreendido os elementos do jogo. Desta forma, evidencia-se o que Grandó (2000) considera com o 2.º momento do jogo (reconhecimento de regras) e o 3.º momento do jogo (“jogo pelo jogo”, jogar para garantir regras).

Já na atividade exposta na Figura 2, foi solicitado aos cursistas que indicassem o xeque-mate com as peças brancas em dois lances.

Figura 2 – Xeque-mate em dois lances



Fonte: Adaptado de Silva (2010). Arquivo sala virtual do curso, resposta cursista PK, 2022.

Atividades como essas fazem parte dos momentos do jogo Grandó (2000), ou seja, aquelas que servem para fixar o movimento das peças (familiarizar com o jogo), estabelecer estratégias de finalização (jogar com competência), perceber jogadas (reconhecimento de regras), identificar situações de xeque-mate (registro do jogo).

Além da solução apresentada por PK na Figura 2, foi identificada uma variação para o xeque-mate, iniciando com Dc7 obrigando o rei preto a responder Rf8, em seguida as brancas respondem Df7, xeque-mate. Situações que apresentam mais de uma solução se configuram como uma importante ferramenta para fomentar as discussões, com isso possibilitando debater ideias, testar hipóteses, compreender as possíveis variações de movimento, conseqüentemente, melhorar o jogo (jogar com competência).

Nessas atividades, ilustradas nas Figuras 1 e 2, foi possível perceber que os cursistas compreenderam as jogadas necessárias e o tipo de movimento da peça no xadrez, uma vez que tanto a cursista PN (figura 1) quanto a cursista PK (figura 2) conseguiram resolver a atividade. Isso demonstra uma compreensão do que Grandó (2000) denomina de intervenção escrita do jogo (6.º momento do jogo).

Como forma de melhorar as discussões promovendo um ambiente de discussão, numa concepção do Xadrez Pedagógico, proposto por Grillo (2012), propusemos uma variação do enunciado da situação descrita nas Figuras 1 e 2, ficando da seguinte forma: *agora é a vez das peças brancas, qual o melhor lance em cada situação? Por quê?*

Com a alteração do enunciado, o problema tornou-se aberto o que poderia provocar outras discussões, tais como: o levantamento de hipóteses, as tomadas de decisões e, por fim, a construção do conhecimento de forma consciente.

Essa alteração pode possibilitar a construção de um (outro) ambiente pedagógico, no qual a intervenção proposta por Grando (1995, 2000), Grillo (2012, 2014, 2018) e Grillo e Grando (2021) faz com que o jogo se torne um jogo pedagógico.

Além da parte teórica, foi sugerido que os cursistas jogassem várias partidas. Inicialmente, elas ocorreram entre cursistas que não tinham conhecimento de xadrez – ambos desconheciam o jogo – e entre aqueles que já o conheciam. Na sequência foi feito um rodízio, de tal forma que todos tivessem a oportunidade de jogar com os demais. Isso proporcionou a oportunidade de eles se apropriarem dos elementos do xadrez, compreenderem suas regras, enfim que se desenvolvessem como enxadristas

Estas atividades vêm ao encontro do que Grando (2000, p. 43-44) destaca como os três primeiros momentos do jogo, quais sejam:

1º) Familiarização com o material do jogo;

Neste primeiro momento, os alunos entram em contato com o material do jogo, identificando materiais conhecidos, como: dados, peões, tabuleiros e outros, e experimentam o material através de simulações de possíveis jogadas. É comum o estabelecimento de analogias com os jogos já conhecidos pelos alunos.

2º) Reconhecimento das regras;

O reconhecimento das regras do jogo, pelos alunos, pode ser realizado de várias formas: explicadas pelo orientador da ação ou lidas ou, ainda, identificadas através da realização de várias partidas-modelo, onde o orientador da ação pode jogar várias partidas seguidas com um dos alunos, que aprendeu previamente o jogo, e os alunos restantes tentam perceber as regularidades nas jogadas e identificam as regras do jogo.

3º) O “Jogo pelo jogo”: jogar para garantir regras;

Este é o momento do jogo pelo jogo, do jogo espontâneo simplesmente, em que se possibilita ao aluno jogar para garantir a compreensão das regras. Neste momento, são exploradas as noções matemáticas contidas no jogo. O importante é a internalização das regras, pelos alunos. Joga-se para garantir que as regras tenham sido compreendidas e que vão sendo cumpridas.

Estes momentos foram muito significativos para os cursistas que não conheciam ainda o jogo de xadrez, pois eles tiveram a chance de conhecer os seus elementos, suas regras, movimento das peças, objetivos, movimentos de ataques, defesa e capturas, para que, posteriormente, pudessem relacionar o jogo com o ensino de matemática.

Foram disputadas algumas partidas de xadrez por ponto, e sugeridas, também, algumas situações-problema, envolvendo recorte de partidas de xadrez por pontos, quando os participantes fizeram suas anotações em papel.

A intenção era que eles analisassem as possíveis jogadas, com o objetivo de fixar o valor de ataque das peças e propusessem problemas, abrangendo o valor das peças, tal como pode ser observado nas Figuras 3, 4 e 5 (a seguir); e, com isso, serem capazes de relacionar o xadrez com a matemática.

Figura 3 – Problemas xadrez por ponto

1) Essa partida está terminada. Conte os pontos e descubra quem venceu o jogo. Deixe registrado como fizeram as contas.



Pretas		Branças	
Torre	10	Torre	10
Dama	9	Dama	9
Bispo	3	Cavalo	3
Peões	7	Bispo	3
	<u>39</u>	Peões	6
			<u>31</u>

O jogo de Preto.

2) Quem venceu o jogo abaixo, as brancas ou as pretas? Justifique sua resposta.



Pretas: 23
Branças: 24

Branca venceu foi as brancas. Pois capturar mais pontos, ou seja somou mais pontos

Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016 p.98). Arquivo da sala virtual do curso, resposta do cursista PR 2022

As atividades das Figuras 3, 4 e 5 apresentam uma proposta de resolução de problemas dentro do jogo de xadrez por pontos, numa perspectiva do Xadrez Pedagógico, sugerida por Grillo (2012). A problematização ocorre em situações de jogo, o que pode levar o aluno ao movimento do pensamento matemático, através da tomada de decisão, do levantamento de hipótese, do desenvolvimento de estratégia. O registro do pensamento permite a reflexão e a análise, desvelando sua forma de raciocinar, bem como as estratégias adotadas.

Figura 4 – Problema aberto: Xadrez por ponto

4) É a vez das brancas jogarem. O jogador das brancas está pensando em capturar o bispo que está na casa d4 com a Torre. É uma boa jogada? Por quê? Há outra jogada melhor? Qual?



Não será uma boa jogada, pois irá perder a torre para a Dama preta. Sim ele pode capturar o peão da casa b7 e atacar a Dama preta.

Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 98). Arquivo da sala virtual do curso, resposta do cursista PR (2022).

Figura 5 – Tomada de decisão; Xadrez por ponto

5) O jogo está empatado e está acabando o tempo. É a vez das pretas jogarem. Indiquem alguns lances que sejam bons para o jogador das pretas. Explique a resposta.



* Capturar a torre da casa a1 com o bispo, e ao mesmo tempo atacar a Dama com uma das torres.
 * atacar o cavalo da casa b4 com um dos peões.
 * atacar o bispo da casa g4 com o peão que está na casa h7

Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016 p.98). Arquivo da sala virtual do curso, resposta do cursista PR 2022

As atividades como foi apresentada possibilita o desenvolvimento de habilidades dentro da matemática previstas na BNCC (BRASIL- 2018, p. 287), como, “Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito, inclusive os convencionais, para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais.” Com isso o jogo cumpri o seu papel pedagógico de ir além de apenas uma atividade dinâmica passando a ser pedagógica.

Essas atividades são necessárias para possibilitar ao professor e ao aluno percorrerem os momentos 4.º e 5.º do jogo, apontados por Grandó (2000, p. 44):

4º) Intervenção pedagógica verbal;

Depois dos três momentos anteriores, os alunos passam a jogar agora contando com a intervenção propriamente dita. Trata-se das intervenções que são realizadas verbalmente, pelo orientador da ação, durante o movimento do jogo. Este momento caracteriza-se pelos questionamentos e observações realizadas pelo orientador da ação a fim de provocar os alunos para a realização das análises de suas jogadas (previsão de jogo, análise de possíveis jogadas a serem realizadas, constatação de “jogadas erradas” realizadas anteriormente, etc.). Neste momento, a atenção está voltada para os procedimentos criados pelos sujeitos na resolução dos problemas de jogo, buscando relacionar este processo à conceitualização matemática.

5º) Registro do jogo;

É um momento que pode acontecer, dependendo da natureza do jogo que é trabalhado e dos objetivos que se têm com o registro. O registro dos pontos, ou mesmo dos procedimentos e cálculos utilizados, pode ser considerado uma forma de sistematização e formalização, através de uma linguagem própria que, no nosso caso, seria a linguagem matemática. É importante que o orientador da ação procure estabelecer estratégias de intervenção que gerem a necessidade do registro escrito do jogo, a fim de que não seja apenas uma exigência, sem sentido para a situação de jogo.

Nas partidas disputadas por pontos, cada jogador ao final da partida deve anotar a pontuação que havia capturado de seu adversário e quem conseguisse capturar um maior número de peças e de pontos ganhos em relação ao oponente seria declarado vencedor.

Cada partida foi disputada em um tempo de sete minutos, combinado previamente com os cursistas. Cada dupla jogava duas partidas, uma com cada cor de peças. As duplas se alternavam de forma que, ao final, todos tivessem jogado com todos os cursistas.

Ao término do rodízio, foi feita uma plenária para debater os acontecimentos do jogo, tais como: jogadas erradas, estratégias utilizadas, dificuldades, jogadas que deram certo.

Este momento foi muito relevante por possibilitar o diálogo entre os cursistas. A troca entre eles propiciou a apropriação de novas estratégias e o aperfeiçoamento delas, conseqüentemente, o aprimoramento das jogadas (jogar com competência).

As anotações feitas no diário de campo, durante os encontros, permitiram observar que, de forma geral, os cursistas conseguiram desenvolver bem o jogo de xadrez, realizar jogadas, resolver as atividades propostas de forma satisfatória. Isto pode ser percebido no comentário da cursista PE, que observou: “[...] *não achava que jogar o xadrez era tão difícil, mas quando consegui perceber a jogada que ela estava pretendendo fazer, notei que para jogar o xadrez necessita de muita atenção [...]*” (CURSISTA PE, 2022). A cursista PE demonstrou ter compreendido alguns requisitos para o jogo do xadrez: analisar as jogadas do seu adversário, antecipar seus movimentos e identificar suas estratégias, o que lhe fez desenvolver uma estratégia de defesa ou ataque. A situação descrita por PE revela uma apropriação do pensamento matemático, na concepção do Xadrez Pedagógico, de Grillo (2012).

Indo além do pensamento matemático, Grillo e Grandó (2021, p. 79) ressaltam que,

[...] em uma partida de xadrez, por exemplo, os alunos ao conjecturar, criar e recriar estratégias, levantar hipóteses, estabelecer analogias com um conhecimento obtido, adquirir e utilizar de noções espaciais, o aluno está produzindo um conhecimento matemático útil, até mesmo, para a compreensão do conhecimento matemático escolarizado.

Sendo assim, Grillo (2012, p. 63) relaciona o jogo de xadrez com o estudo da matemática, uma vez que

ao analisarmos o jogo de xadrez, percebemos que a lógica desse jogo é a construção de estratégias pela ação de levantar hipóteses, analisá-las e construir a partir delas, um plano de jogo. Esse procedimento é análogo ao processo de Resolução de Problemas, assim, essa é uma das características que aproximam esse jogo da matemática.

Esse autor reitera ainda que a matemática, no jogo de xadrez, não consiste em uma matemática formal, cheia de demonstrações e axiomas, mas sim, na formulação de hipóteses, no estabelecimento de conjecturas, na revisão de estratégias, nas incertezas das respostas, na criatividade, nas constantes tomadas de decisões, o que leva a uma liberdade de pensamento e à construção do pensamento matemático.

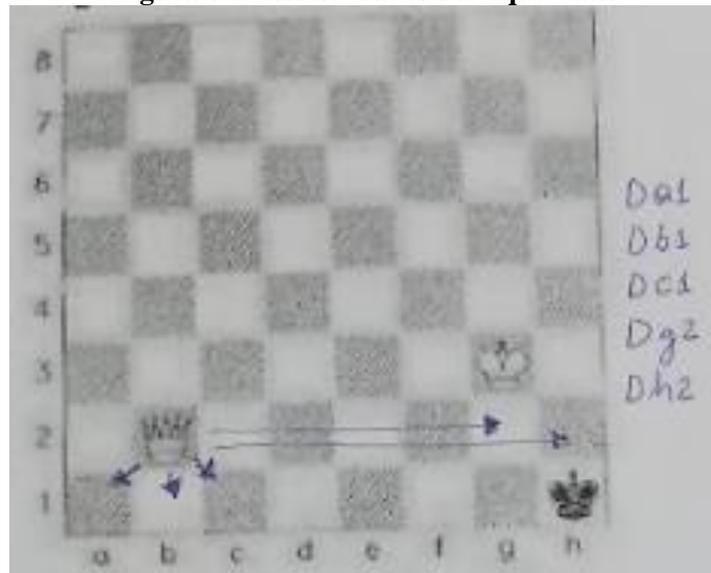
Outra observação, nesse sentido, foi feita pela cursista PK. Ela destacou que: “*Sempre achei que o jogo de xadrez tinha alguma coisa relacionado com a matemática, [...] depois dessas partidas, percebi o quanto de decisões tem que ser tomada em uma só partida*” (CURSISTA PK, 2022). Essa constatação nos leva a entender que as constantes tomadas de decisões e a concentração, as conjecturas e as análises, durante uma partida, coexistem na

matemática. A ação de jogar é que vai desencadear as noções matemáticas, levando, a partir daí, a construção de conceitos (GRANDO,1995).

Grando (2000) destaca que características como as percebidas pelas cursistas PN e PK, no jogo de xadrez, são requisitos importantes para que um jogo desenvolva seu caráter pedagógico, como facilitador no processo de aprendizagem. São situações que viabilizam a “reflexão e análise do seu próprio raciocínio, que esteja fora do objeto, nos níveis já representativos, necessitam ser valorizadas no processo de ensino aprendizagem da Matemática” (GRANDO, 2000, p. 44).

Ainda durante o desenvolvimento desta Atividade I, no 3.º encontro da 2.ª fase, os cursistas tiveram que resolver pequenos problemas de finalizações, sendo lhes propostas situações de xeque-mate em apenas um lance, mas com várias possibilidades de conclusão. A Figura 6 mostra uma solução usada por PRb para encontrar todas as cinco possibilidades de xeque-mate para as brancas em um único lance.

Figura 6 – Possibilidades de xeque-mate



Fonte: Adaptado de Silva (2010). Arquivo sala virtual do curso, resposta cursista PRb, 2022

Na resposta de PRb, podemos perceber que o cursista foi além do pedido que era identificar as posições das jogadas, mostrando o movimento através de setas, deixando clara sua compreensão.

Vimos nas jogadas que todos os cursistas conseguiram resolver os problemas com no máximo duas tentativas, o que nos levou a crer que eles compreenderam o conceito de xeque-

mate e que conseguiriam identificar, durante o jogo, as possibilidades de realizá-lo. Com isso alcançamos o 7.º momento do jogo identificado por Grandó (2000): jogar com competência.

Durante a disputa de uma partida entre os cursistas PN contra PE, nas gravações em áudio e vídeo, identificamos uma situação de análise de possibilidade de jogada feita pelas jogadoras. Vejamos a seguinte embate:

Cursista PN: “[...] se eu capturar aqui, você também captura a minha aqui”.

Cursista PE: “[...] se você capturar aqui, eu não posso capturar, porque senão você também captura a minha Dama, aí eu saio perdendo,” (vídeo I, 1:14’ 20” a 1:15’05”), tal como pode ser percebido na Figura 7:

Figura 7 – Representação do embate PN e PE



Fonte: Adaptação nossa através do Aplicativo *Chess* 2022

A Figura 12 é um recorte da partida, PN x PE, adaptada por meio do Aplicativo *Chess*, para melhor ilustrar o instante do vídeo. As setas vermelhas indicam a fala de PN, relacionando a captura do cavalo Ce₅ pelo bispo Bf₆, em que existe a possibilidade de a dama Dh₅, em resposta a sua jogada, capturar o bispo que depois do seu lance estará em Be₅.

A resposta de PE, indicada pela seta azul, mostra o erro de interpretação, uma vez que, se PE realizasse a jogada citada por PN, ela perderia a dama que estaria em Df₆ capturada pelo cavalo Cd₇, o que seria um prejuízo para PE.

Nesta parte, percebemos que a cursista PN estava analisando uma possibilidade de captura e as consequências dessa jogada. No diálogo, também é possível notar o caráter cooperativo do jogo, uma vez que a cursista PE auxiliou a adversária na visualização das consequências, chamando sua atenção para um possível erro de cálculo do valor das peças, o que possivelmente impediria o desfecho concluído.

Grillo (2012, p. 60, grifo do autor) destaca que o xadrez como problema se caracteriza pela

ação do aluno ao executar uma jogada, no qual em seguida, ele recebe uma “resposta” do seu adversário, de tal modo a gerar uma nova situação-problema. Dessa maneira, partindo de análises do jogo, frente a esta “resposta”, um novo movimento se constituirá, dando subsídios para o restabelecimento de uma nova estratégia.

Esta situação de análise de jogada é vista no diálogo travado entre PE e PN, tal como destacado: Cursista PN: “[...] *se eu capturar aqui, você também captura a minha aqui*”. Cursista PE: “[...] *se você capturar aqui, eu não posso capturar, porque senão você também captura a minha Dama, aí eu saio perdendo*” (vídeo I, 1:14’ 20’’ a 1:15’05’’)

Ainda, durante o desenvolvimento da segunda fase, foi perguntado aos cursistas o seguinte: *que elementos do xadrez você considera que podem auxiliar no desenvolvimento das aprendizagens dos alunos?*

Observamos por meio das anotações, das observações e da interação do momento que todos os participantes enfatizaram a importância do jogo de xadrez e suas características – habilidades de atenção, concentração, antecipação, tomada de decisões – para a aprendizagem da Resolução de Problemas, tal como destacado: (1) pela cursista PE: “*o xadrez requer muita concentração, quando jogamos uma partida a todo tempo temos que escolher entre uma ou outra jogada, isso acontece também quando resolvemos um problema de matemática[...]*” (CURSISTA PE, 2022); e, (2) pelo cursista PR: “*no xadrez tudo é matemática, a forma geométrica do tabuleiro, a anotação das posições das peças, o movimento das peças, o valor das peças, cabe ao professor organizar para que isso seja aproveitado na sua aula [...]*” (CURSISTA PR, 2022).

A fala da cursista PE nos remete à concepção de Xadrez Pedagógico, defendida por Grillo (2012, 2014, 2018) e Grilo e Grandó (2021), uma vez que a construção da matemática se dá no movimento de jogo, através dos problemas desencadeados entre um lance e uma resposta, nas estratégias a serem desenvolvidas, na antecipação das jogadas, na análise de possibilidade e na tomada de decisão.

Já a fala de PR nos leva à concepção de Almeida (2010) e Santos Junior (2016), em que a matemática produzida provém da apropriação dos elementos do jogo de xadrez, para desenvolver conteúdos matemáticos. Nesse sentido, o conteúdo está fora da atividade de jogo, situando-se nos elementos como contagem de pontos, forma geométrica do tabuleiro, posição das peças no tabuleiro.

Esses dois cursistas possuem histórico de jogo de xadrez bem diferentes, sendo que PE era iniciante e nunca havia disputado uma partida antes do curso, enquanto PR tinha experiência de muitos anos como jogador e professor de xadrez.

O fato de ambos os cursistas indicarem que o jogo tem características que contribuem para o aprendizado nos deu indícios de que o objetivo desta etapa foi alcançado, isto é, conseguimos mostrar as habilidades que podem ser desenvolvidas a partir do xadrez e relacioná-las ao ensino de matemática.

No entanto, os professores também evidenciaram que essas características por si só não são suficientes para garantir o aprendizado de conceitos matemáticos, mas elas são facilitadoras do processo de aprender, como pode ser observado no relato do professor PN: “[...] *não adianta só mostra que o movimento das peças no tabuleiro se assemelha as coordenadas do plano cartesiano, é preciso organizar para que o aluno descubra isso por si só [...]*” CURSISTA PN, 2022).

A fala da cursista PN, bem como a constatação de que cabe ao professor através de seu planejamento fazer com que o aluno construa seu próprio conhecimento, é o que Grando (1995, 2000) denomina de mediação intencional, o que garante que o jogo passe para o campo do pedagógico. Isto nos lembra a concepção de Xadrez Pedagógico proposta por Grillo (2012), Grillo e Grando (2021):

O papel do professor como organizador do ensino é basilar. Destarte, as ações planejadas e sistematizadas do professor podem corroborar com a construção de situações sociais de aprendizagem, conhecimentos e relações interpessoais no bojo da sala de aula. Por seu turno, fundamentam o agir, a consciência e a potencialização das relações entre as funções psíquicas superiores nos alunos, como processos que se transformam simultânea e dialeticamente em correspondência à realidade sociocultural sobre a qual se intervém. (GRILLO; GRANDO 2021, p. 119)

Os autores reiteram a importância do papel do professor em todo esse processo, ao constituir um ambiente de aprendizado, ao mediar as diversas situações ocorridas no decorrer da atividade. Sendo assim, ele possibilita que o aluno crie suas conjecturas, faça análises e teste

suas hipóteses, organize suas operações mentais, de forma a construir seu próprio entendimento e relacioná-lo aos conceitos estudados.

Após, fizemos o seguinte questionamento aos cursistas: *durante o jogo de xadrez, é possível encontrar situações que possibilitam desenvolver habilidades inerentes às atividades de ensino e aprendizagem ou do cotidiano?*.

Em respostas a esse questionamento, os participantes observaram que o jogo de xadrez desenvolve habilidades necessárias para a aprendizagem matemática, bem como aquelas relacionadas à vida cotidiana dos jogadores, tal como destacado por PW: “[...] no início do jogo, ao planejar a abertura do jogo, é necessário antecipar os movimentos do adversário com previsão de alguns lances [...]” (CURSISTAS PW, 2022). Para a cursista PK: “[...] a cordialidade ao cumprimentar o adversário no início e no final de cada partida, [...] o movimento de trocar ou não de uma peça, requer uma noção de valor relativo da peça, essas situações desenvolvem a autoavaliação e noções de valorização das coisas [...]” (CURSISTAS PK, 2022).

As respostas de PW e PK nos permitem perceber que eles perceberam que o jogar xadrez possibilita ao jogador ter experiências, vivências de situações e condições que influenciam nas relações do enxadrista com o seu cotidiano, seja num ambiente educacional seja mesmo fora dele, por exemplo como o planejamento citado por PW. Isto vem ao encontro de uma das habilidades perspectivadas quando se trabalha com o jogo em sala de aula: antecipar consequências de ações e refletir sobre estas. Um dos requisitos para mobilizar e produzir conhecimentos. Para Grillo e Grando (2021), antecipar as jogadas e analisá-las associa-se à criatividade e à imaginação, que faz do jogo um conteúdo que pode ser explorado matematicamente.

A cursista PK corrobora a compreensão das relações democráticas que o enxadrista estabelece com o meio em que vivemos, uma vez que, ao mesmo tempo em que ele defende suas ideias, aprende a respeitar as ideias contrárias às suas, o que dá a entender o outro jogador não como um inimigo, mas como um adversário que merece respeito e atenção, bem como a compreensão do contexto vivido nas jogadas e nas tomadas de decisões. Ratificando essa ideia, Grillo e Grando (2021, p.122) defendem que

o papel primordial da escola (o que abrange o xadrez escolar) é o de assegurar o desenvolvimento dos alunos, proporcionando-lhes os instrumentos, as operações intelectuais-afetivas, a produção de conhecimentos e a capacidade de usar este conjunto de saberes e capacidades em diferentes contextos socioculturais.

O enxadrista tem sempre que optar entre executar uma jogada ou não, trocar uma peça ou não, realizar um lance/movimento no tabuleiro ou não. Esses são dilemas enfrentados a todo momento, durante o jogo, pelos jogadores.

Os dilemas e as incertezas possibilitaram que os enxadristas desenvolvessem suas habilidades de tomada de decisão, e isso é algo exigido nas diversas relações escolares e da vida cotidiana, tal como destacado na jogada por PK x PH, em que, com as peças pretas, PH fez seu último lance Cg5, com isso PK encontrou-se no dilema, Cxc7 dando xeque, o que ganharia no próximo lance a torre a8 ou se defenderia do ataque combinado cavalo e Dama (Dc5, depois Dxf2) que poderia resultar no xeque-mate, para isso deveria jogar h3, com o peão atacando o cavalo Cg5, que faria com que o cavalo retornasse e afastasse o perigo imediato, como destacado na Figura 8 a seguir.

Figura 8 – Tomada de decisão PK e PH



Fonte: Adaptação nossa através do aplicativo Chess (2022)

O dilema de PK é constante no jogo de xadrez o que resulta em análise e tomada de decisão. Para Grillo e Grandó (2021), a tomada de decisão, a análise e a antecipação de jogada envolvem uma organização do pensamento relacionado à visão espacial, que é uma habilidade que contribui para a construção do conhecimento matemático.

Para finalizar essa 2.^a fase, foi apresentada aos cursistas uma possibilidade de jogo *on-line* por meio do aplicativo *Chess.com*¹⁴. De acordo com a página do dele, este “é um *site* dedicado ao xadrez”, sendo um lugar para mostrar quem você é, aprender a jogar, “compartilhar o que você pensa, melhorar os seus jogos e desfrutar de todos os aspectos do xadrez!”¹⁵. O *Chess* é gratuito e pode ser jogado no *site*, de modo *on-line*, e também através de aplicativo. Este é disponibilizado em versões para o sistema operacional *Android*, *iOS* e *Windows*.

Esse aplicativo é uma alternativa interessante para o caso de alguma escola não possuir material físico suficiente para todos os jogadores/alunos.

No aplicativo, há uma possibilidade de disputar partidas de forma *on-line* com pessoas do mundo inteiro e *off-line* contra o computador, sempre obedecendo a um ranque apresentado no próprio aplicativo.

Além disso, o *Chess.com* permite ainda que o jogador faça análise de suas partidas, realize observações de erros, acertos e movimentos feitos bem como crie anotações de jogadas por meio de esquemas, o que lhe possibilita melhorar seu jogo (jogar com competência).

O aplicativo também permite ao jogador convidar outras pessoas para jogarem. Isto facilita para que o jogo possa ser trabalhado dentro da sala de aula, com alunos de uma mesma turma. Para tal, basta que o jogador esteja cadastrado, conheça o nome do usuário que gostaria de ter como adversário e faça o convite ao enxadrista, usando o seu usuário.

O aplicativo disponibiliza um tópico destinado à melhoria do desempenho no jogo, com problemas direcionados a cada fase do jogo, aberturas, meio do jogo, finalizações, jogadas especiais de defesa e ataque para que o enxadrista aprofunde seus conhecimentos no xadrez.

A praticidade do *Chess* viabiliza que o jogador tenha disponível sempre uma quantidade imensa de partidas, que podem ser jogadas a qualquer momento. Como sempre há adversários disponíveis para jogar, isso faz com que o jogador assimile o jogo mais rapidamente (jogar para garantir as regras, jogar bem).

Percebemos, neste momento, que, de início, os cursistas apresentaram um pouco de dificuldades em relação à visualização de jogada, talvez devido à mudança do tabuleiro, que antes era de material concreto e passou a ser virtual. Mas, por outro lado, também trouxe uma facilidade. Ao clicar uma peça, é indicada a possibilidade de movimento. Essa constatação pode ser vista na fala da cursista PE, em gravação de áudio e vídeo. Durante o jogo *on-line* contra o

¹⁴ Aplicativo de jogo de xadrez *on-line* e *off-line*, disponível nas lojas de aplicativos de celulares e computadores através do site: <http://www.chess.com>

¹⁵ Descrição disponível em: <https://suporte.chess.com/article/1007-o-que-e-o-chess-com#:~:text=Chess.com%20%C3%A9%20um%20site,todos%20os%20aspectos%20do%20xadrez!>

computador, projetado para a turma – no início da partida – PE perguntou: [...] *o rei é qual? Esse que parece uma coroa ou esse com uma cruzinha?* [...] (vídeo VIII, 0:02' 40'' a 0:03' 15''). Na ocasião, o cursista PR, que estava assistindo à partida, respondeu: “*Esse que parece uma coroa é a dama, o rei é o que tem uma coroa com a cruz*” (vídeo VIII, 0:03' 20'' a 0:03' 45'').

Tempos depois, a cursista PE observou: “[...] *legal, quando eu clico em uma peça aparece uns pontinhos para onde ela pode ir.*” (vídeo VIII, 0:06' 10'' a 0:06' 25'').

Os recursos apresentados no app., conforme observado pela cursista PE, servem como um facilitador na construção dos três primeiros momentos do jogo sugerido por Grandó (1995, 2000).

Além dessas falas ressaltadas no vídeo, os cursistas observaram, durante a revisão da partida, as anotações das jogadas, em que o aplicativo destacava os principais momentos do jogo, erros e acerto, da partida, dando oportunidade de corrigir a jogada. Ao final da revisão, era apresentado o resultado com um comparativo do desempenho antes e depois da correção. Esse momento possibilitou verificar hipóteses, aprimorar jogadas e analisar os momentos críticos do jogo, o que favoreceu ao jogador aprimorar seu jogo e consolidar os três últimos passos do jogo sugeridos por Grandó (1995, 2000).

Para tanto, diante do que foi analisado nesta 2.^a fase, concluímos que os cursistas conseguiram assimilar o jogo de xadrez, seus elementos e objetivos, de forma a conseguir trabalhar com ele em suas aulas de matemática, proporcionando a seus alunos um ambiente de jogo.

Ademais, o trabalho em conjunto entre os participantes, as trocas de aprendizagens, saberes e experiências nos encontros do curso auxiliaram no processo de escuta e de formação, cujo dever é diagnosticar, auscultar e perceber o meio e as realidades dos professores.

Finalizada esta etapa, passamos agora para discussão da terceira fase do curso intitulada o xadrez e a matemática.

6.3 Terceira Fase: O xadrez e a matemática

Nesta fase, foram trabalhadas, num primeiro momento, atividades que possibilitavam relacionar o jogo ou seus elementos com o ensino de matemática. Num segundo momento, já na parte final, foram propostos dois problemas, envolvendo a resolução de problemas e o jogo de xadrez. Por fim, foi solicitada aos cursistas a elaboração de atividades, que abrangessem a resolução de problema e o xadrez.

Essa fase foi composta por dois encontros presenciais, de cinco horas/aula cada, além das atividades individuais de estudo, desenvolvidas de forma assíncronas.

A primeira atividade, Figuras 9, 11 e 13, propunha identificar a posição das peças no tabuleiro de xadrez. Foram dadas, inicialmente, duas situações de jogo em forma de problema, as quais tinham um tabuleiro contendo algumas peças do xadrez, representando um jogo em andamento, como pode ser observado na Figura 9. A partir da análise desta, foi solicitado aos cursistas identificarem o nome e as casas ocupadas pelas peças dispostas no tabuleiro, de forma organizada, separando as brancas e as pretas, por colunas.

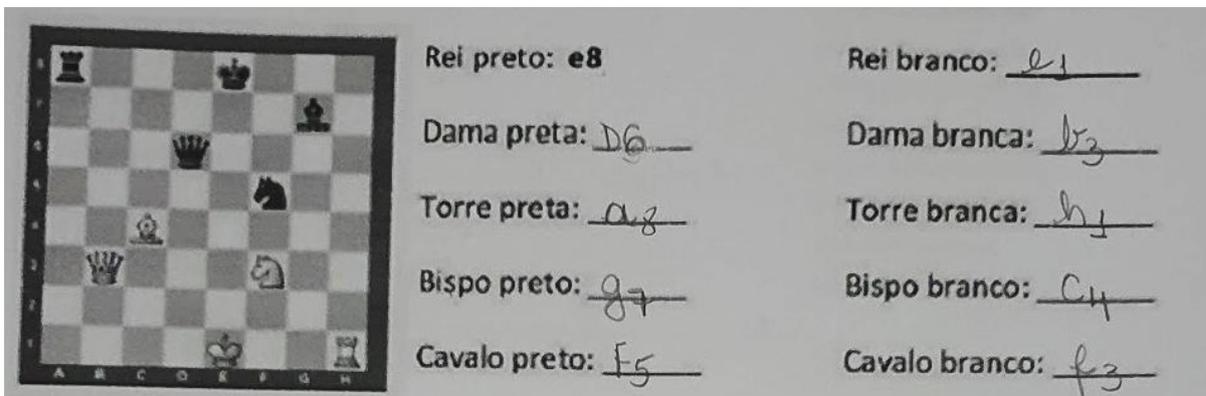
Essa atividade permitiu relacionar elementos do jogo de xadrez com o ensino de matemática, associando a posição das peças no tabuleiro às coordenadas no plano cartesiano. Esse tipo de atividade se enquadra no que Santos Junior (2016) considera como “o jogo de xadrez como suporte pedagógico para o ensino de matemática” Nós chamaremos de **recorte do jogo de xadrez**, uma vez que, para as atividades, utilizamos uma fotografia do jogo ou elementos do jogo para relacioná-los aos conteúdos de matemática.

Figura 9 – Posição das peças no tabuleiro



Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 99)

Figura 10 – Resposta de PE



Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 99). Arquivo com as repostas dos cursistas enviado por eles para a sala virtual do curso. Resposta do cursista PE, 2022.

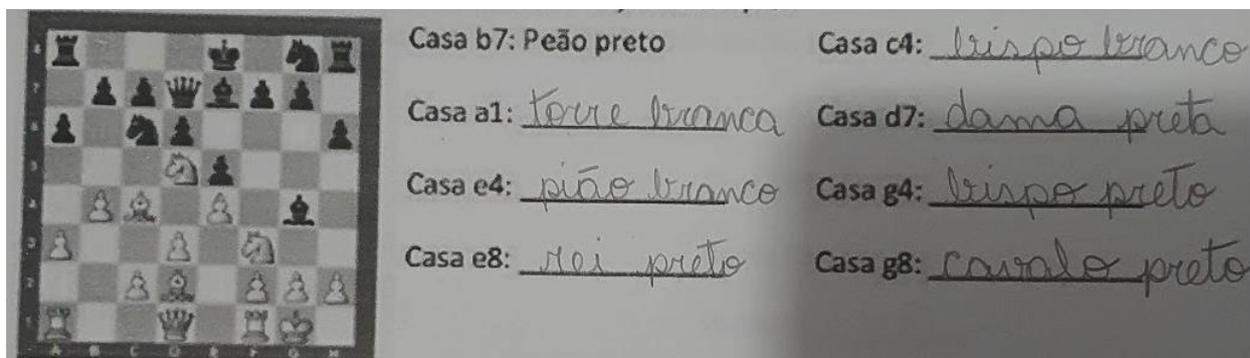
A Figura 11 ilustra um momento do jogo em que foi solicitado que eles identificassem as casas ocupadas por algumas peças selecionadas do tabuleiro.

Figura 11 – Relação peça e posição



Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 99)

Figura 12 – Resposta PE

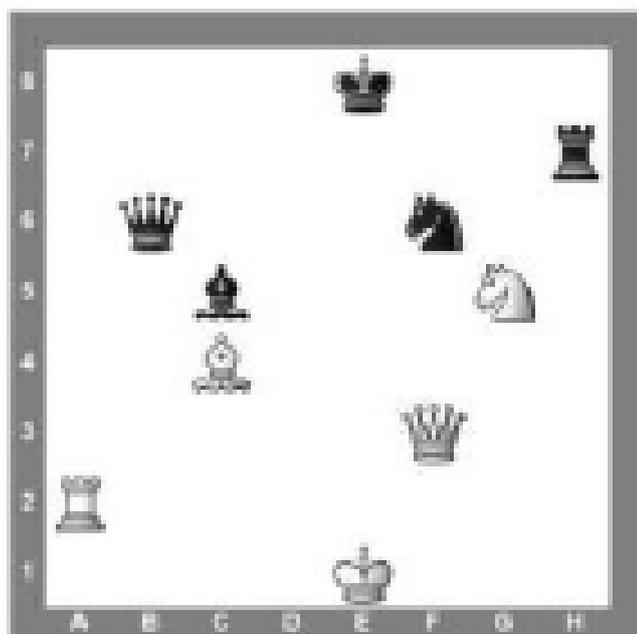


Fonte: Adaptado de Santos Junior, (2016, p. 99). Arquivo sala virtual do curso. Resposta do cursista PE, 2022

De forma análoga à atividade da Figura 9, essa atividade da Figura 11 também se enquadra na concepção de **recorte do jogo de xadrez**, uma vez que, através de uma fotografia de uma partida, foi utilizada a posição das peças no tabuleiro com as respectivas peças, o que se assemelha a coordenadas no plano cartesiano.

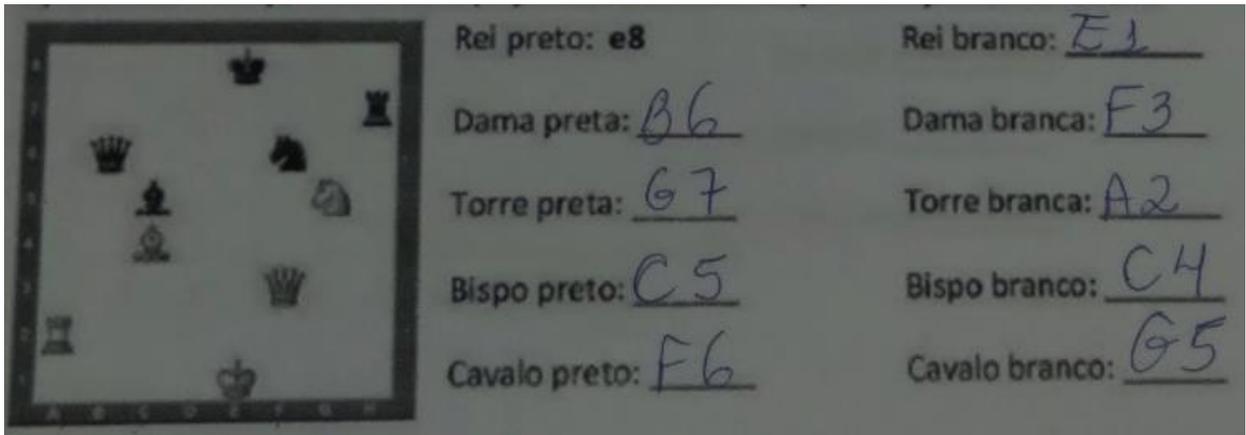
A próxima atividade consistia em determinar a localização de cada peça no tabuleiro e identificar o nome da casa ocupada e organizar separadamente brancas e pretas em colunas, como evidenciado na Figura 13 e indicado na Figura 14:

Figura 13 – Localização das peças no tabuleiro



Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 99)

Figura 14 – Resposta de PW



Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 99). Arquivo sala virtual do curso. Resposta do cursista PW, 2022

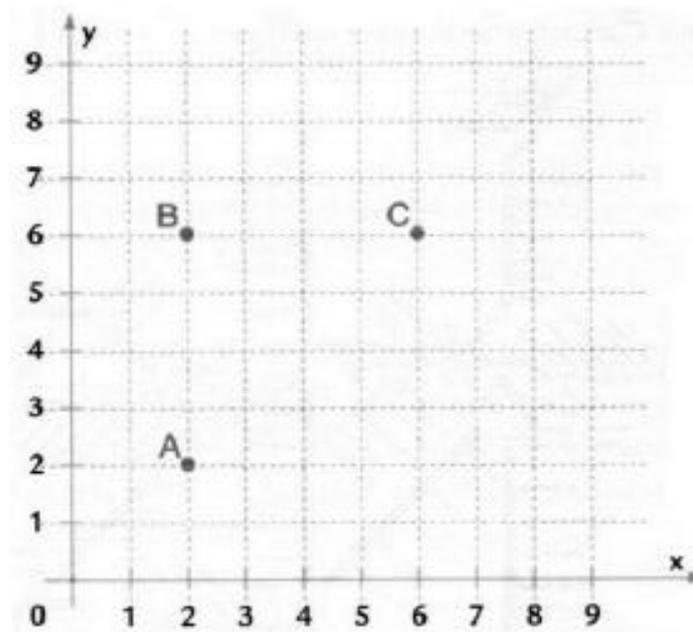
Essa atividade possibilitou relacionar a posição das peças no tabuleiro com as coordenadas cartesianas em um plano cartesiano. Isso foi feito de forma gradativa, uma vez que nas atividades 1 (Figura 9) e 2 (Figura 11), foi apresentado o tabuleiro com todas as casas pintadas, o que facilitou identificar as casas.

Já a atividade 3 (Figura 13) requereu uma maior atenção, já que não tinham as linhas e as colunas como guia para identificar as casas. A apresentação dos conceitos se deu de forma gradativa, respeitando o ritmo de aprendizagem de cada um.

As atividades, representadas nas Figuras 9, 11 e 13 utilizaram uma perspectiva de utilização do xadrez em sala de aula, defendida por Almeida (2010) e Santos Junior (2016), que se difere do Xadrez Pedagógico, proposto por Grillo (2012), uma vez que utiliza um recorte do jogo de xadrez, que não seja necessariamente uma situação real de jogo. Em assim sendo, o professor busca conteúdos que possam ser trabalhados, utilizando para isso elementos do jogo de xadrez. Assim, o jogo não é o fator principal, mas sim, possibilita relacionar elementos do jogo com os conteúdos matemáticos.

A próxima atividade destacada, Figura 15, cujas respostas se encontram na Figura 16, buscava enfatizar os conceitos matemáticos relacionados às atividades desenvolvidas anteriormente com o jogo de xadrez. Consistia em identificar não só as coordenadas cartesianas dos três pontos apresentados no plano e, em seguida, marcar mais cinco pontos, como também nomes e coordenadas de cada um dos pontos no plano.

Figura 15 – Pontos no plano cartesiano



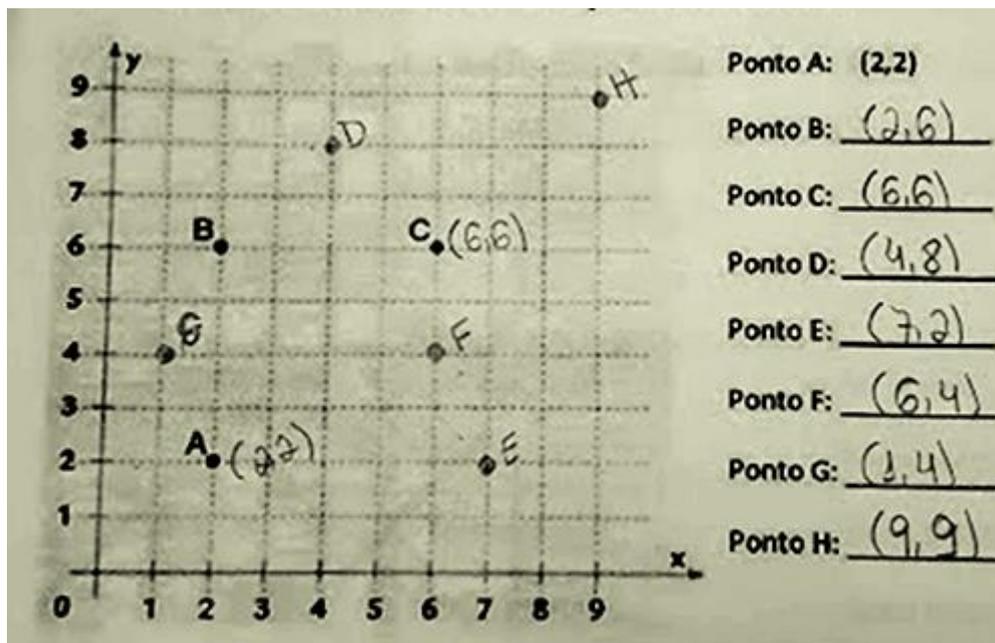
Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 99)

Estas atividades relacionavam elementos da matemática aos elementos do jogo de xadrez, já que o tabuleiro de xadrez se apresenta tal qual um plano cartesiano em que cada casa representa o encontro de uma coluna (a, b, c, ..., h) com uma linha (1, 2, 3, ..., 8), que, de forma similar, correspondem às coordenadas cartesianas, o encontro das abscissas (x) e as ordenadas (y). Essas atividades permitiram associar elementos do xadrez com os conteúdos matemáticos. Para Santos Junior (2016) e Almeida (2010), o jogo de xadrez, como suporte pedagógico para o ensino de matemática, possibilita que seja feito um recorte das jogadas ou movimentos do xadrez, a fim de auxiliar na aprendizagem de conceitos matemáticos. No caso das Figuras 10 e 12, o foco era perceber que a colocação das peças em casas do tabuleiro se assemelha à leitura da representação dos pontos do plano cartesiano.

No entanto, o fato de não se privilegiar o ambiente de jogo, pode levar à perda da ludicidade, conseqüentemente na não mobilização do processo de aprendizagem.

Em seguida, passamos para a segunda lista de atividades, que relacionava o movimento das peças e suas projeções no tabuleiro. Tais atividades possibilitariam relacionar os conteúdos de área, retas no plano, porcentagem e frações com os movimentos de determinadas peças. Estas atividades se valiam de elementos do xadrez para ensinar matemática por meio da resolução de problemas, na concepção de Almeida (2010) e Santos Junior (2016) (recorte do jogo de xadrez).

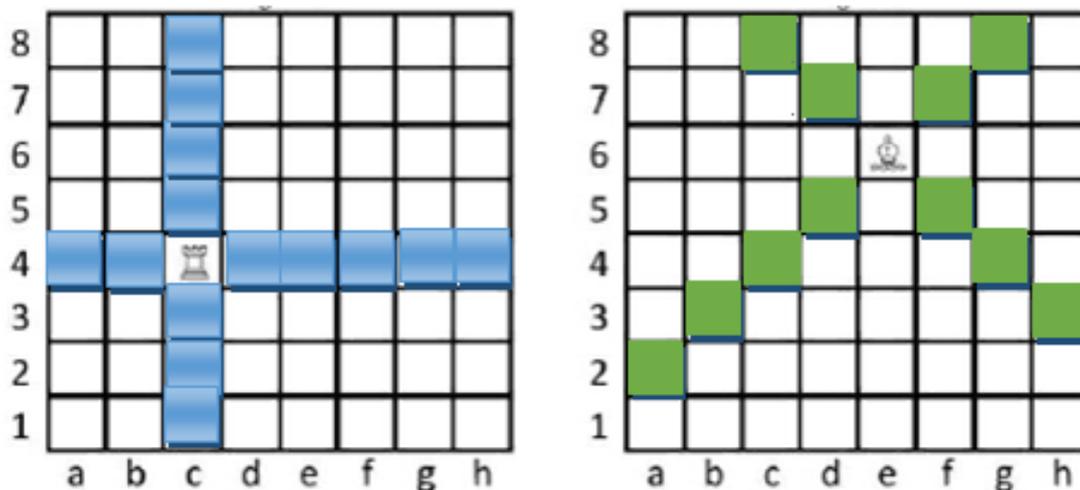
Figura 16 – Resposta de PR



Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 99). Arquivo sala virtual do curso. Resposta do cursista PR, 2022

Esta atividade foi apresentada em *slides*, com uma figura com dois quadros, o primeiro com Torre (Tc_4), e o segundo quadro com Bispo (Be_6). Em seguida, foram pintadas as possibilidades de movimento dessas peças, como ilustra a Figura 17. Depois, foi entregue, em papel, esse mesmo quadro sem um desenho e lhes foi solicitado que desenhassem uma peça e pintassem as possibilidades de movimento dela. E então foi-lhes questionado a quais conceitos matemáticos o movimento dessas peças poderia ser relacionado.

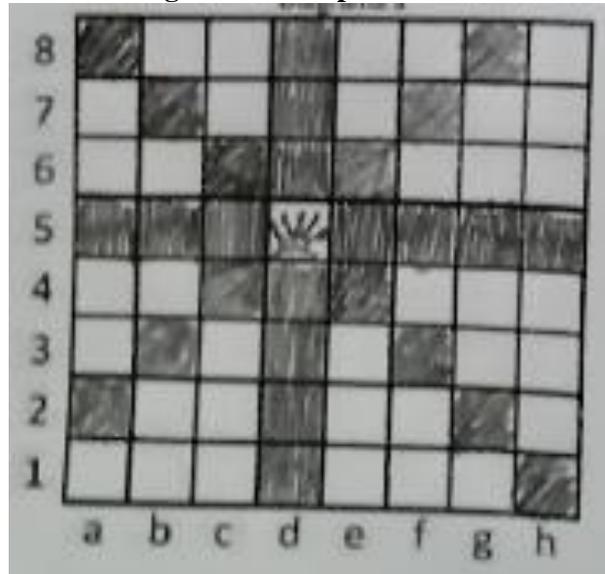
Figuras 17 – Caminho das peças



Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 58)

A seguir, na Figura 18, indicamos a resolução do cursista PR:

Figura 18 – Resposta de PR



Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 58). Arquivo sala virtual do curso. Resposta do cursista PR, 2022

Nesta atividade, o cursista PR apontou, durante a apresentação oral, como sugestão de conceitos matemáticos a serem trabalhados, a posição relativa de retas no plano. Durante as discussões, a cursista PK destacou que, também, poderiam ser trabalhadas frações e porcentagens, através do número de casas cobertas pela dama na posição Dd5. O cursista PRb sugeriu que, como forma de problematizar, poderia se mudar a posição da dama e verificar as possíveis alterações nos resultados.

Observando a sugestão de PRb, podemos perceber que, ao mudar a dama para qualquer uma das casas centrais Dd5, Dd4, De4 e De5, o número de casa a ser pintada continua o mesmo, mas fora destas casas para baixo ou para cima, direita ou esquerda, cada casa em uma dessas direções diminui 2 casas pintadas, começando com as posições centrais com 28 casa pintadas, em seguida 26, 24, 22 que são as três casas da direita ou esquerda, para cima ou para baixo. Este era um problema aberto, com inúmeras possibilidades de posição e de resposta, o que pode facilitar a construção do conhecimento do aluno por permitir que ele elabore sua estratégia de resolução e reflita sobre ela.

Para Shimada (1997 *apud* ALLEVATO, 2005), problemas abertos são aqueles que admitem mais do que uma solução, problemas que faltam dados ou que são impossíveis de serem resolvidos com a possibilidade de atribuição de diferentes sentidos e significados para o contexto do problema.

Da forma que foi apresentada a atividade no primeiro momento, ela consistia em um problema fechado, com apenas uma única possibilidade de resposta, o que limita a construção do conhecimento, pois não propicia o debate de ideias, fator importante na metodologia de Resolução de Problema, a qual faz com que o aluno, através do levantamento de hipóteses, construa estratégias e análises, elabore seu próprio entendimento a respeito do problema. Para Shimada (1997 *apud* ALLEVATO, 2005), problemas fechados são aqueles tradicionalmente utilizados, ou seja, são aqueles que têm somente uma resposta correta e predeterminada.

Com a sugestão do cursista Rb, o problema se tornou aberto, o que provocou o debate, o confronto de ideias, o levantamento de hipóteses, a elaboração de estratégias, o levantamento das possibilidades, elementos que, na Resolução de Problemas, levam o aluno a construir o conhecimento. Para Grillo (2012, 2018), Grillo e Grandó (2021), estas são habilidades intrínsecas da matemática e da metodologia Resolução de Problemas.

Além disso, ao relacionar elementos do jogo de xadrez com os componentes curriculares do ensino de matemática, com problemas fechados, ou problemas abertos, em que o jogo não é o elemento gerador destes problemas, acontece o que Santos Junior (2016, p. 32) denomina de “o uso do xadrez como suporte pedagógico para o ensino de matemática” (recorte do jogo de xadrez).

Dando continuidade a essa lista de tarefas envolvendo situações de jogo, foi apresentado aos cursistas um desafio, em forma de problema. A proposta era instigá-los a descobrir as posições e as duas peças apresentadas através da pintura de suas projeções no tabuleiro, tal como pode ser observado na Figura 19.

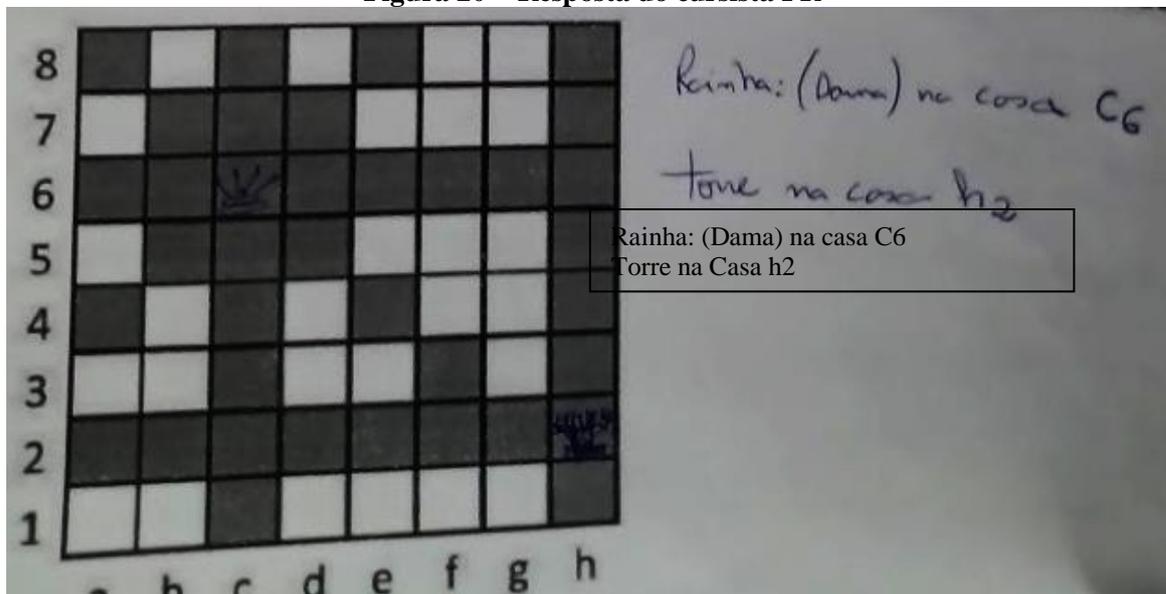
Figura 19 – Problema posição de duas peças

8								
7								
6								
5								
4								
3								
2								
1								
	a	b	c	d	e	f	g	h

Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 61).

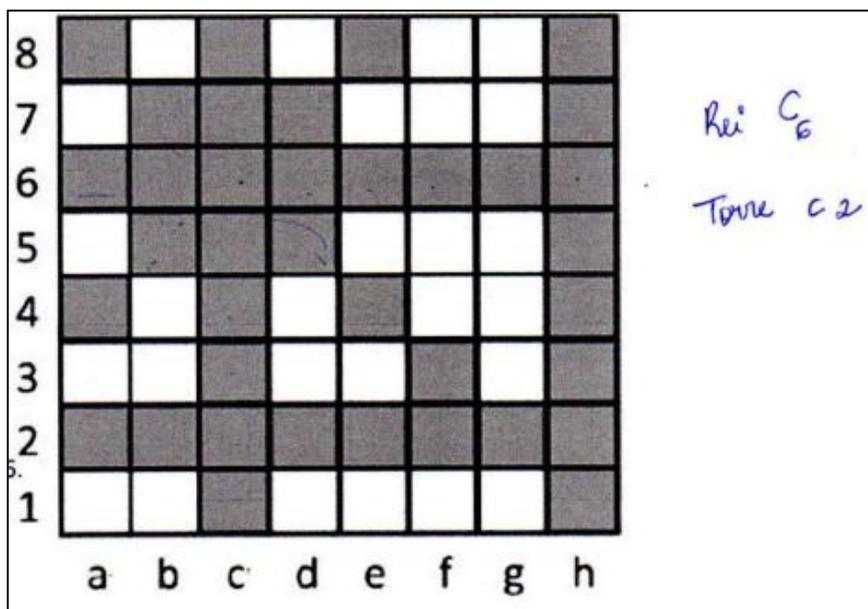
Seguem as resoluções dos cursistas PR – Figura 20 – e PK – Figura 21 – referentes a esta atividade:

Figura 20 – Resposta do cursista PR



Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 61). Arquivo sala virtual do curso. Resposta do cursista PR, 2022

Figura 21 – Resposta da cursista PK



Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 61). Arquivo sala virtual do curso. Resposta do cursista PK, 2022.

A solução do problema proposto é Dc_6 (dama na casa c_6), tal como observado na Figura 20, (resposta de PR citada acima). Nesta posição, a dama cobre a linha 6, a coluna c, e as

diagonais maior, de a_8 a h_1 , também a diagonal que inicia em a_4 e termina em e_8 . E, em Th_2 (torre h_2), nesta posição, a torre cobre a coluna h e a linha 2, o que satisfaz toda a parte pintada.

No entanto, na Figura 21 (resposta de PK citada acima), a cursista PK apresenta uma solução errônea. Isto foi evidenciado durante a apresentação para os demais cursistas. Ela afirmou ter confundido a dama com o rei, por esse motivo usou o rei na casa c_6 , mas que não percebeu que a torre em c_2 não cobre a coluna h , mas sim, a linha 2 e a coluna c , no entanto, durante a exposição oral (Plenária), concordou que essa posição era equivocada. Esta etapa da Resolução de Problema levou o aluno a analisar suas próprias jogadas e as dos colegas, tendo a oportunidade de construir um conhecimento de forma autônoma, uma vez que confrontou suas hipóteses e tirou suas próprias conclusões.

Para Onuchic e Allevato (2011, p. 81), como pode ser observado por meio das Figuras 20 e 21 e a partir da análise da resolução do problema. “o aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz”.

O fato de a cursista PK na Figura 21 ter apresentado uma resposta errada resultou num momento de reflexão sobre as diversas maneiras de resolver um mesmo problema, sobre a veracidade das soluções apresentadas. Então, cabe ao professor, como mediador, levar esse erro para o campo da experiência, uma ocorrência natural no processo de construção da solução, valorizando todo o processo e não apenas o resultado, afastando-o da ideia de fracasso, bem como sugerindo novos caminhos para se chegar à solução. Como muito bem pontua Echeverría (1998, p. 65, grifo do autor): “os erros não devem ser tratados como fracassos, mas como fonte de informação para o professor na sua tarefa de ‘treinador’ e para a auto avaliação do aluno”. Desta forma, valorizar, conscientemente, o erro como fonte de debate e construção do conhecimento é um caminho profícuo de aprendizagem.

Apenas cinco dos cursistas conseguiram responder corretamente essa atividade, os outros dois não. A cursista PK destacou que confundiu o movimento das peças devido ao pouco tempo de contato com elas, e que, para jogar, ela fazia anotações do movimento para lembrar do movimento de cada peça. Nesta fala de PK, fica evidente a importância de serem trabalhados os sete momentos de jogo sugeridos por Grandó (1995, 2000). Para ela, na atividade de jogar, os alunos devem se apropriar do jogo para conseguir desenvolver as atividades propostas pelo professor, sem que os elementos e as regras sejam um obstáculo, ou melhor, o jogo deve ser um facilitador da aprendizagem e não um obstáculo no processo.

Para Grandó (2000, p. 28), para que o jogo seja um facilitador da aprendizagem, é preciso considerar

[...]seu aspecto pedagógico, se apresenta produtivo ao professor que busca nele um aspecto instrumentador e, portanto, facilitador na aprendizagem de estruturas matemáticas, [...] e também produtivo ao aluno, que desenvolveria sua capacidade de pensar, refletir, analisar, compreender conceitos matemáticos, levantar hipóteses, testá-las e avaliá-las (investigação matemática), com autonomia e cooperação.

Problemas desse tipo possibilitam desenvolver habilidades de observação e concentração. Outro aspecto desafiador dessa atividade foi o convite feito ao jogador para que ele se mobilizasse para desenvolver a atividade, fato que faz com que seja propiciado um ambiente adequado para a construção do conhecimento. Skovsmose (2004) defende que o problema é o convite, o ponto de partida para o estabelecimento do cenário para investigação e, para Grandó e Grillo (2021), ele é a base para criar um ambiente de aprendizagem.

Ademais, vale destacar a importância do registro escrito para a aprendizagem do xadrez e da situação pedagógica que envolve este jogo, pois o processo de registro auxilia na aprendizagem do jogo e das situações de jogo, tal como evidenciado por PK, na Figura 21, quando esta analisa as suas jogadas para apresentar a solução do problema.

Após a resolução desse problema, foi proposto um novo desafio. Desta vez, os cursistas se organizaram em duplas, e cada um deveria utilizar um tabuleiro em branco, tal como representado na Figura 22.

Figura 22 – Proposições de Problemas com movimento das peças

Pinte, de uma única cor, as projeções de movimentos de **duas peças** do xadrez no tabuleiro abaixo para que um amigo tente resolver o problema.

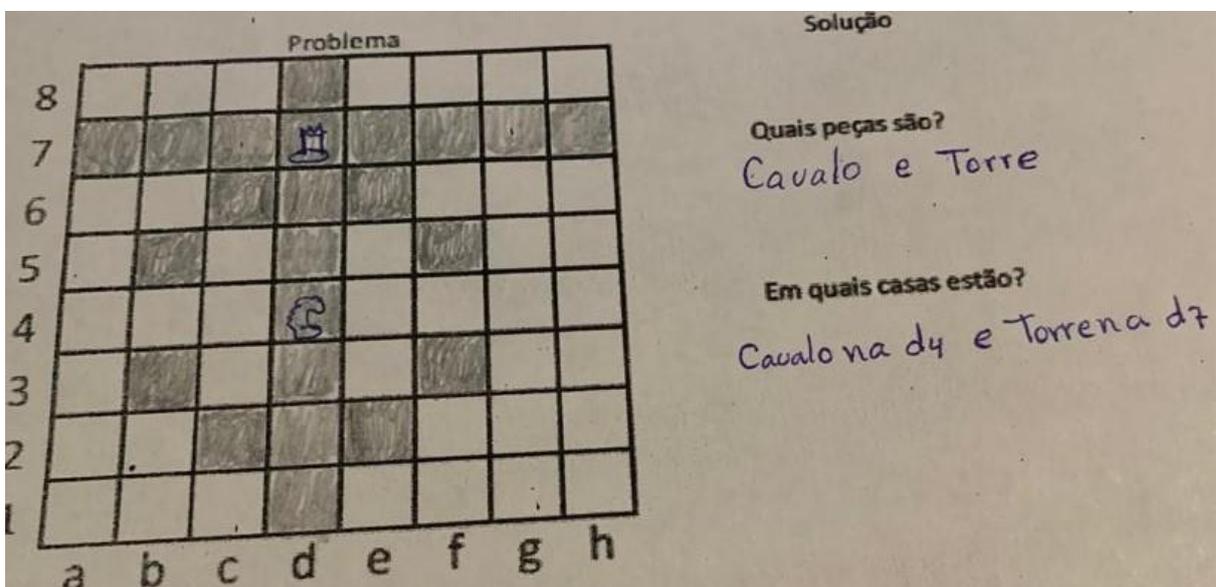
	Problema								Solução
8									
7									Quais peças são?
6									
5									
4									
3									
2									
1									Em quais casas estão?
	a	b	c	d	e	f	g	h	

Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 98). Arquivo da sala virtual do curso

Do modo semelhante ao que foi feito na tarefa da Figura 19, os cursistas deveriam pintar a projeção do movimento de duas peças, selecionadas por eles, sem que o outro componente da dupla soubesse qual era. Assim, cada jogador, de cada dupla, deveria descobrir as peças e as casas ocupadas por elas, no desenho feito por seu parceiro de dupla.

As Figuras 23 e 24 mostram as atividades da dupla PRb e PE. Na Figura 23, o problema foi proposto por PE e resolvido por PRb. Durante a apresentação (Plenária), PRb destacou ter tido dificuldade de identificar a segunda peça, que, no caso, era o cavalo na casa Cd₄, devido à descontinuidade do movimento. Primeiro identificou que havia uma linha e uma coluna totalmente cobertas, o que seria uma característica da torre, então verificou que ela só poderia estar na casa d₇ (ponto de intersecção entre a linha 7 e a coluna d), mas demorou bastante para identificar a outra peça. Só conseguiu depois de lembrar que o cavalo pode pular uma casa, assim deveria ter um cavalo no tabuleiro, depois foi só identificar por experimento o local em que alcançaria todas as casas pintadas e concluir que seria a casa d₄. A cursista PE bem como seus colegas concordaram com a resolução de PRb. Este tipo de tarefa denota que a resolução de problemas pode mobilizar conhecimentos e habilidades.

Figura 23 – Problema PE e PRb



Fonte: Resposta do cursista PRb (2022). Arquivo da sala virtual do curso.

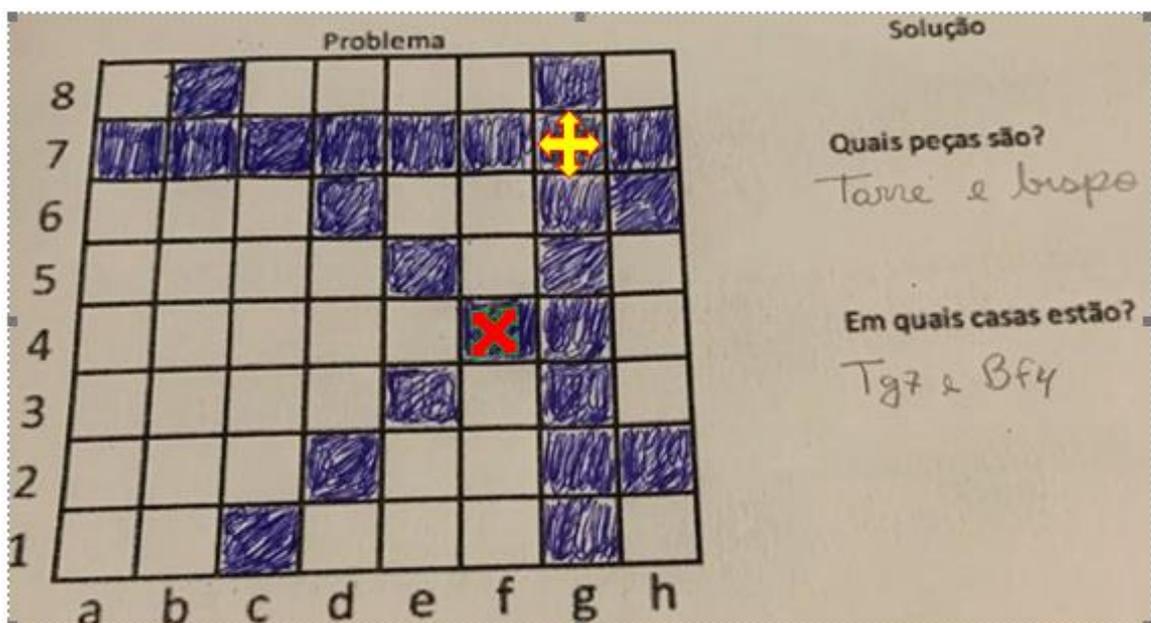
Para Ernest (1998), os conceitos de problema e investigações matemáticas estão relacionados com o processo de inquirição matemática. Para ele, o processo de inquirição objetiva explorar o problema e, a partir da análise das possibilidades de respostas deste, propor

outros problemas. Ernest (1998) destaca que o foco da inquirição é o problema em si, o ponto de partida da investigação. Nesse sentido, é possível observar, pela descrição PRb, que resolver o problema demandou tempo, análise e teste para chegar a uma solução plausível, como pode ser observado na Figura 23.

Na Figura 24, o problema foi elaborado por PRb e resolvido por PE, atendendo à proposta da atividade que era: em dupla, um membro propor o problema para o outro resolver e vice-versa.

Na apresentação oral (Plenária), a cursista PE relatou que não ter tido dificuldade para resolver o problema, pois se lembrou da atividade que havia feito anteriormente em que pintava o caminho das peças. Isso lhe possibilitou identificar as diagonais pintadas, que iniciam em c_1 e terminam em h_6 e a que inicia em b_8 e termina em h_2 . Desse modo, ela se lembrou do movimento do bispo que só poderia estar na casa f_4 (indicada com a seta vermelha), onde se encontram as duas diagonais. Depois observou a linha 7 e a coluna g que estavam totalmente pintadas. Então constatou que havia uma torre no tabuleiro, da mesma forma que o bispo deveria estar no encontro da linha com a coluna da casa g_7 (indicada pela seta amarela). O cursista PRb e os demais cursistas concordaram com a resposta de PE.

Figura 24 – Problemas PRb e PE



Fonte: Resposta da cursista PE (2022). Arquivo sala virtual do curso

Ao relatar que recorreu a experiências das atividades anteriores, a cursista PE remete a heurística de Pólya (2006), em que ele destaca a necessidade de retomar conhecimentos

anteriores, no caso aqui os problemas já resolvidos. Então, a partir daí a cursista entendeu esse problema, identificando novos conceitos para desenvolver seu raciocínio e construir um conhecimento significativo.

Ernest (1996, p. 31) destaca que a aprendizagem; “envolve também uma mudança no poder do professor que deixa de ter o controle sobre as respostas, sobre os métodos aplicados pelos alunos”. O autor evidencia que é papel do professor promover momentos de investigação e coordenar as atividades, atuando como um colaborador, deixando que os alunos sigam seus próprios métodos de investigação e, por conseguinte, construam seu conhecimento.

Ao observar a apresentação de PE e PRb, alguns momentos importantes, apontados por Onuchic e Allevato (2011) para orientar o desenvolvimento de uma atividade, utilizando a metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problema, ficaram evidentes: (1) passo 6, Registro da atividade na lousa, neste caso no papel. Isso facilitou a interação e a colaboração entre os cursistas; (2) passo 7, Plenária. No momento em que PE e PRb apresentaram para os colegas as soluções, possibilitaram-se questionamentos das resoluções, apresentação de novas estratégias, construção por parte dos cursistas do conhecimento; (3) passo 8. Busca do consenso. Ao serem apresentadas as resoluções certas ou erradas, foram desencadeadas, na turma, discussões para se chegar a um acordo para aceitá-las ou refutá-las.

Onuchic (1999) defende que se deve proporcionar aos alunos, através do ensino, oportunidades de interpretar situações ou problemas e de lembrar conhecimentos anteriores a fim de construir novos conhecimentos. Isto pôde ser percebido durante a apresentação dos cursistas PRb, Figura 23, e PE, na Figura 24, quando eles destacaram suas facilidades, dificuldades e caminhos utilizados para cada um resolver o problema proposto pelo outro colega da dupla.

Este é um momento que Grillo (2012) considera levar o jogo para um ambiente pedagógico, uma vez que proporciona esclarecer dúvidas e oportuniza o diálogo, fundamental para a autonomia dos educandos.

A solução desse desafio despertou o interesse dos demais cursistas. Em depoimento, a cursista PN pontuou que: “[...] *me senti como meus alunos, queria responder rápido para mostrar que sabia resolver [...]*” (CURSISTA PN, 2022).

Para a cursista PK: “[...] *problemas como esse chama a atenção dos alunos, desperta o interesse, [...] quando eu vi, já estava envolvida na resolução do problema, querendo ver se eu*

tinha respondido certo” (CURSISTA PK, 2022). Fala relacionada às atividades apresentadas nas Figuras 21 e 23.

O relato das cursistas PN e PK retrata o que Grillo e Grandó (2021) denominam de “ludicidade” ou estado de “lúdico”. O jogador se envolve de tal maneira no jogo que passa a fazer parte dele, e jogar se torna a coisa mais importante naquele momento. O mesmo pôde ser percebido nas falas de PN e PK em relação ao problema proposto. A ludicidade para Grillo (2018) e Grillo e Grandó (2021) é o que leva o aluno a ser desafiado a desenvolver a atividade com a atenção necessária para que seja capaz de investigar, conjecturar, levantar hipótese e, com isso, dar significado ao que se aprende.

Nos próximos, itens passaremos para as análises das sequências didáticas desenvolvidas pelos professores em suas respectivas salas de aula e apresentadas no último encontro do curso.

6.4 Quarta fase: Análise das Sequências apresentadas

Foram produzidas um total de cinco sequências de atividades, sendo duas delas em duplas, conforme Tabela 3:

Tabela 3 – Classificação das sequências de atividades

ORDEM	TEMA	AUTORES	CONCEPÇÕES
01	O uso do jogo de xadrez como metodologia na resolução de problemas matemáticos	PE PRb	Recorte do Jogo de Xadrez
02	Matemática e o xadrez	PK	Xadrez em situação de jogo
03	O uso do jogo de xadrez como metodologia na resolução de problemas matemáticos.	PR	Xadrez em situação de jogo
04	Resolução de situações- problema	PN PH	Recorte do Jogo de Xadrez
05	O xadrez na educação física: desafio a ser vencido.	PW	Xadrez em situação de jogo

Fonte: Elaboração do autor (2022)

As propostas de atividades apresentadas pelos cursistas foram agrupadas em duas concepções, como *recorte do jogo de xadrez* e como *xadrez em situação de jogo*, as quais serão mais bem explicitadas até o final deste capítulo.

Analisaremos, a seguir, as sequências elaboradas pelos professores com base no referencial: a Resolução de Problema, de acordo Onuchic e Allevato (2004, 2011); e, Jogos no ensino de matemática, Grandó (1995, 2000), Van de Walle (2009), Grillo (2012, 2014, 2018) e Grillo e Grandó (2021).

6.4.1 Sequência 01: O uso do jogo de xadrez como metodologia na resolução de problemas matemáticos

Iniciaremos com a sequência *O uso do jogo de xadrez como metodologia na resolução de problemas matemáticos*, desenvolvida pelos professores PE e PRb. Trata de uma sequência que classificamos como *recorte do jogo de xadrez*, pois utiliza elementos do xadrez no ensino da matemática.

Essa sequência foi desenvolvida em duas salas de 5.º ano do Ensino Fundamental, de uma escola municipal militarizada de Doverlândia, pelos professores: PE, que a desenvolveu no turno matutino, com 26 alunos; e o professor PRb, que a desenvolveu no período vespertino, com 22 alunos.

A sequência teve uma duração de 15 aulas de 50 min distribuídas em 7 momentos, os quais funcionaram como subtemas dentro da sequência de atividades, cada um com quantidades de aulas que os professores consideraram suficientes para cada subtema, conforme Tabela 4.

Tabela 4 – Apresentação da sequência de atividade 5.º ano

Momento	Nº de aulas	Tema	Conteúdos
1º	2	Verificação dos conhecimentos prévios do xadrez	Introdução ao jogo de xadrez
2º	1	Elementos do xadrez	Organização inicial das peças
3º	2	Iniciando o jogo	Jogada iniciais, valor das peças anotações.
4º	2	Situações de finalização	Xeque mate e rei afogado
5º	2	Jogadas especiais	Roque, Empassante e coroação do pãu
6º	2	A matemática no xadrez	Geometria plana: Cálculo de área
7º	4	A matemática no xadrez	Geometria plana: Posição relativa de retas no plano

Fonte: Elaboração do autor, a partir dos relatos na apresentação da atividade e da sequência entregue ao pesquisador (2022)

De acordo com os professores PE e PRb, como nem todos os alunos tinham conhecimentos do jogo de xadrez, foi necessário um trabalho inicial de introdução a ele para dar condições aos alunos para desenvolverem as tarefas que seriam propostas.

Para isso, utilizaram como referencial as atividades sugeridas por Silva (2004). Essas tarefas foram desenvolvidas nos cinco primeiros momentos com um total de nove aulas da sequência de atividades, quando foram trabalhadas atividades com o movimento das peças, abertura, jogadas de finalizações, xadrez por ponto. O propósito era levar o aluno a conhecer o material do jogo, apropriar-se das regras, entender o objetivo principal do jogo, sentir-se à vontade em disputar uma partida com um colega, ser capaz de efetuar jogadas de forma consciente.

De acordo com os cursistas PE e PRb, para conseguir que os alunos conseguissem o conhecimento necessário do jogo em tão pouco tempo, utilizaram o material disponibilizado na sala virtual do curso, como os “momento do jogo” no ambiente da sala de aula, sugerido por Grandó (2000). A autora apresenta sete momentos a serem considerados durante o planejamento de uma atividade pedagógica de jogo. Foi utilizada também a *Cartilha Xadrez: módulo 1: iniciantes*, de Barbosa *et al.* (2016), que indica um passo a passo dos elementos do xadrez, desde o nome das peças, posição no tabuleiro, movimento, até jogadas e de finalizações. Estes materiais serviram de suporte para o planejamento das atividades e como um facilitador da compreensão e do desenvolvimento do jogo.

Optamos por analisar as atividades da sequência, separadamente, referentes ao xadrez e à matemática, de acordo com a forma com que foram caracterizadas.

6.4.2 Sequência 02- Matemática e o xadrez

Aa seguir, apresentaremos a segunda sequência de atividades, desenvolvida pela cursista PK, em uma turma de 3º ano do Ensino Médio (EM).

De acordo com os dados trazidos pela cursista PK durante sua apresentação oral e também disponibilizados na sala virtual do curso, a turma do 3.º ano EM possui 20 alunos, porém participaram das atividades somente 18 alunos, e os outros dois não participaram por motivo de infrequência.

A sequência foi dividida em 4 momentos, totalizando 6 aulas de 50min cada. As atividades foram distribuídas, conforme vemos na Tabela 5. No primeiro momento, foi trabalhada a história do xadrez através de um vídeo¹⁶. Neste, de acordo com relatos da cursista

¹⁶ Link do vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=J95yEVoTI3g>

PK, foram apresentados os quatro passos para a resolução de um problema, sugeridos por Pólya (2006), para que os alunos já fossem se familiarizando com as atividades.

Este momento foi importante para que o aluno não se surpreendesse com conceitos ou situações que lhe seriam dadas, o que poderia ocasionar dificuldades de compreensão da atividade.

Para Van de Walle (2009), o processo de preparar o aluno para a resolução de uma determinada atividade, antecipar possíveis dificuldades culturais, linguísticas, conceituais, entre outras é denominado de “acomodações”. Estas têm a função de tornar a atividade mais acessível aos alunos sem ter que modificar os objetivos propostos, tendo em vista alcançá-los de maneira mais igualitária na sala de aula.

Tabela 5 – Apresentação da sequência de atividade 3.º ano

Momento	Nº de aulas	Tema	Conteúdos
1º	01	Sensibilização	História do xadrez; Introdução a resolução de problemas.
2º	02	O Jogo de Xadrez	Movimentos das peças e jogadas do xadrez
3º	01	Xadrez e a matemática	Atividades com movimento das peças; xadrez por ponto
4º	02	Resolução de Problema no jogo de xadrez	Atividades de possibilidades de jogadas no xadrez

Fonte: Elaboração do autor, a partir dos relatos na apresentação da atividade e da sequência entregue ao pesquisador (2022)

No segundo momento, de acordo com o material disponibilizado e também com o relato da cursista, percebemos que foram trabalhadas atividades relacionadas ao conhecimento do jogo de xadrez: movimento das peças, jogadas, situações de finalizações, partidas de xadrez. Este momento condiz com os momentos do jogo propostos por Grandó (2000): *1- Familiarização com o material do jogo; 2- Reconhecimento das regras; 3- O “Jogo pelo jogo”:* *jogar para garantir regras;*

Este momento foi relevante para que os alunos tivessem conhecimento do jogo, seus elementos, os objetivos a serem alcançados, e para que isso fosse um fator facilitador no decorrer da resolução das atividades sugeridas pelo professor.

No terceiro momento apresentado pela cursista PK, foram trabalhadas atividades em que foram associados elementos do jogo de xadrez com elementos da matemática, por meio de situações-problema, envolvendo jogadas de finalizações tipo, “mate em uma”, “situações de vantagens de material”. Esses problemas foram adaptados pela professora, para que os alunos pudessem resolvê-los e apresentar as soluções para os colegas. Isso corresponde ao que Grandó (2000) nomeia como: 4- *Intervenção pedagógica verbal*; 5- *Registro do jogo*; 6- *Intervenção escrita*;

O momento da *intervenção escrita* possibilitou que as atividades propostas fossem exploradas de forma pedagógica, uma vez que proporcionou um ambiente de troca de experiências, discussões e análises, o que pode desenvolver a autonomia e a construção do conhecimento por parte do aluno.

No quarto momento da sequência de atividade, de acordo com a apresentação da cursista PK e com o material disponibilizado na sala virtual, foram propostos problemas dentro do jogo de xadrez, os quais desafiaram a imaginação dos alunos. Eles deveriam não somente chegar a uma solução, mas sim, apresentar a solução mais rápida e plausível, para isso tiveram que resolver o problema de várias maneiras diferentes e, em seguida, mostrá-las para os colegas. A cursista PK descreveu que, de início, nem todos conseguiram chegar ao resultado, fato que ela atribuiu ao pouco tempo de contado com o jogo, mas que, após algumas intervenções, todos conseguiram apresentar pelo menos uma solução.

A intervenção relatada pela professora orientando e apontando caminhos para os alunos chegarem à solução do problema, a verificação e a discussão das soluções apresentadas são destacadas por Onuchic e Allevato (2011) como parte das funções do professor no trabalho com a resolução do problema, como forma de levar o aluno a uma discussão reflexiva da atividade proposta pelo professor. Marcatto e Onuchic (2021, p. 56) entendem como papel do professor os seguintes fundamentos:

- i) observar, estimular e acompanhar a resolução dos problemas conduzidos por eles;
- ii) incentivar a mobilização de conhecimentos prévios;
- iii) discutir e analisar soluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos;
- iv) guiar e mediar as discussões coletivas;
- e v) desafiar os estudantes a ir além do problema, formulando novas questões ou enunciando novos problemas.

Portanto é função do professor mediar a construção do conhecimento, através da orientação dos caminhos a serem percorridos; propor questionamentos para apontar direções; incentivar o aluno a buscar novas forma de resolução; indagar acerca dos cominhos percorrido

para checar a uma solução, para que o aluno, de posse desse entendimento construa novos conhecimento.

As atividades descritas e apresentadas pela cursista PK nos levaram a caracterizar essa sequência como uma atividade com *xadrez em situação de jogo*, uma vez que os problemas propostos são ancorados em situações reais de jogo, em que o jogo é o elemento gerador de problemas.

Optamos por analisar, mais adiante, separadamente, as atividades desta sequência, de acordo com a característica em que foi classificada, no caso aqui o *xadrez em situação de jogo*.

6.4.3 Sequência 03- O uso do jogo de xadrez como metodologia na resolução de problemas matemáticos

A terceira sequência de atividades, agora apresentada, foi desenvolvida pelo cursista PR e aplicada a 14 alunos do 6.º ano do Ensino Fundamental, tendo duração de 06 horas aulas. Tais alunos já participavam de um projeto de treinamento de xadrez, promovido pelo cursista PR, em uma escola municipal militarizada.

De acordo com o material disponibilizado na sala virtual, juntamente com a apresentação do cursista PR, conseguimos identificar que essa sequência foi organizada em cinco atividades, distribuídas em duas etapas, na primeira etapa – levantamento de conhecimentos prévios; na segunda etapa – atividades de ampliação do conhecimento. A Tabela 6 mostra, de acordo com os registros, como as atividades ficaram organizadas.

Conforme a apresentação do cursista PR, os alunos já possuíam conhecimentos do jogo de xadrez, uma vez que eles faziam parte de um projeto de treinamento. Em sendo assim, não foi necessário fazer uma introdução do jogo de xadrez, mas sim, estabelecer uma relação do tabuleiro como um objeto inteiro que está dividido em partes; relacionar as casas ocupadas pelas peças como sendo parte do tabuleiro, trazendo assim a ideia de que as casas ocupadas seriam parte de um todo; associar a quantidades de peças iniciais com a quantidade de peças restantes em um determinado momento do jogo, sem mencionar o conceito de frações, ou de proporcionalidade, deixando que, por si mesmo, eles chegassem a essas conclusões.

Como relatou o cursista PR, essa atividade serviu para verificar tanto o conhecimento dos alunos a respeito dos elementos do jogo de xadrez, como a compreensão da utilização da matemática (frações) no cotidiano (jogo).

Tabela 6 – Apresentação da sequência de atividades 03 para o 6º ano Ensino Fundamental

Momento	Nº de aulas	Tema	Conteúdos
1º	01	Atividade 01 Diagnóstico	Conhecimentos prévios do xadrez e frações
2º	01	Atividade 02 Frações e o xadrez	Atividades com frações dentro do jogo de xadrez
	01	Atividade 03 Frações e xadrez	Frações em situação de xeque mate
	02	Atividade 04 Problema de finalização	Resolução de Problema no jogo de xadrez
	01	Atividade 05 Questionamentos sobre o desenvolvimento das atividades	Verificação da aprendizagem

Fonte: Elaboração do autor, a partir dos relatos na apresentação da atividade e da sequência entregue ao pesquisador (2022)

O cursista PR evidenciou que, após o diagnóstico a respeito dos conhecimentos prévios dos alunos, passou para a segunda etapa, quando foram propostas algumas atividades de aplicação dos conceitos de fração em momentos do jogo de xadrez, tal como o número de peças capturadas e o número de peças iniciais de cada jogador. Além do relato do cursista PR, podemos verificar nos arquivos disponibilizados na sala virtual do curso, que ele fez muitos questionamentos a respeito da relação dos dados obtidos pelos alunos e o resultado do jogo, como; *“O número de peças de cada jogador é um fator que determinou a vitória nesta situação? Isso sempre acontece?”* (ATIVIDADE 03 DA SEQUÊNCIA 03, ARQUIVO DA SALA VIRTUAL 2022).

Esse questionamento possibilitou que os alunos refletissem acerca do jogo ou das jogadas realizadas e expressassem suas opiniões. Enfim, a interação ocorrida entre os grupos e a troca de experiências proporcionaram um conhecimento reflexivo que, gradativamente, foi promovendo uma emancipação do aluno.

Para Marcatto e Onuchic (2021), a colaboração entre os alunos inclui a conversa uns com os outros, o entendimento da atividade, a descrição dos procedimentos utilizados na resolução, isso amplia as perspectivas individuais e coletivas, bem como dá sentido para a atividade.

O professor cursista PR dividiu a sequência em duas etapas, como foi relatado anteriormente, mas, durante a apresentação, os cursistas PE, PW e PK sugeriram que a

atividade 04 (a qual será apresentada juntamente com as demais atividades das outras sequências que possuem características similares no próximo item desta pesquisa) deveria ser colocada em uma etapa separada, uma vez que trabalha com um problema do jogo de xadrez sem se preocupar em relacionar diretamente aos conceitos matemáticos, enquanto as atividades anteriores estavam associando, diretamente, os elementos do jogo com o conteúdo de matemática. Depois de apresentados os argumentos dos outros cursistas, PR concordou com a sugestão de seus pares. No entanto, essa mudança não foi alterada na sequência, que já havia sido postada na sala virtual.

A sugestão dos cursistas PE, PW e PK evidenciam a importância do outro para a formação do sujeito, pois é, por meio do outro, com o outro e de nós mesmos, que passamos a questionar e refletir sobre a prática de sala de aula. Para Faraco (2006, p. 41), a

reflexão sobre a prática constitui o questionamento da prática, e um questionamento efetivo inclui intervenções e mudanças. Para isto há de se ter, antes de tudo, de algum modo, algo que desperte a problematidade desta situação. A capacidade de questionamento e de autoquestionamento é pressuposto para a reflexão. Esta não existe isolada, mas é resultado de um amplo processo de procura que se dá no constante questionamento entre o que se pensa (enquanto teoria que orienta uma determinada prática) e o que se faz.

E Fiorentini (2003, p. 33) complementa: “além da voz do professor começar a ser ouvida com mais interesse, o professor passa a ser visto como parceiro, como companheiro de um processo coletivo de construção de conhecimentos”, num processo de colaboração entre os pares.

A sequência do cursista PR foi classificada como *xadrez em situação de jogo* mesmo tendo apresentada algumas atividades que representam um *recorte do jogo de xadrez*. Isso se deu pela forma com que o cursista PR trabalhou algumas atividades e por alguns questionamentos, o que oportunizou ao aluno ir além dos conceitos matemáticos, pois a reflexão sobre o jogo em si proporcionou uma comunicação intencional de questionamentos entre os alunos, abrindo espaço para conjecturas, confronto de ideias, proporcionando, assim, o que Grillo e Grando (2021) denomina um *ambiente de jogo*.

Corroborando a ideia de proporcionar a comunicação entre os alunos, Van de Walle (2009, p. 23) acrescenta que: “Aprender a comunicar em matemática alimenta a interação e exploração de ideias em sala de aula [...]. Não existe nenhum modo melhor para defender ou combater uma ideia do que tentar articulá-la a outras.”

Além dos motivos já citados, a atividade 04 apresenta um problema de finalização no jogo de xadrez, que possibilita que o aluno reflita sobre o jogo estabeleça um plano, faça a antecipação de jogadas, teste possibilidades de jogada, realize abstrações, faça registro, o que representa habilidades da Resolução de Problemas. Neste contexto, essa sequência se aproxima do que Grillo e Grando (2021) denominam uma concepção pedagógica do jogo.

Como já foi dito anteriormente, as atividades referentes a esta sequência serão apresentadas de acordo com suas características no próximo tópico deste texto.

6.4.4 Sequência 04- Resolução de situações-problema

A sequência 04, das cursistas PN e PH, foi desenvolvida em uma sala do 3.º ano do Ensino Médio em uma escola pública estadual, na qual PN é a titular da sala, juntamente com a cursista PH que trabalha na mesma escola.

Com base nos dados disponibilizados na sala virtual e na apresentação de PN e PH, verificamos que a sequência foi organizada em três momentos, em um total de dez aulas, como mostrado na Tabela 7.

Tabela 7 – Sequência 04 – 3.º ano Ensino Médio PN e PH

Momento	Nº de aulas	Tema	Conteúdos
1º	01	Apresentação	Jogo de xadrez e resolução de problema
	03	Introdução ao jogo de xadrez	Movimento das peças, jogadas iniciais
	01	Familiarização com o jogo de xadrez	Problemas de finalizações, xadrez por ponto
	02	Compreender as regras do jogo	Partidas aleatórias entre os alunos
2º	02	Problemas envolvendo o jogo de xadrez	Princípio da contagem
3º	01	Produção de relatórios	Verificação da aprendizagem

Fonte: Elaboração do autor, a partir dos relatos na apresentação da atividade e da sequência entregue ao pesquisador (2022).

Durante a apresentação, as cursistas PN e PH descreveram que o primeiro momento foi destinado à apresentação da proposta de atividades para os alunos. Para isso, elas utilizaram

alguns materiais que foram disponibilizados na sala virtual do curso, como a *Cartilha Xadrez: módulo 1: iniciantes* (BARBOSA *et al*, 2016). Isso ocorreu porque vários alunos desconheciam o jogo de xadrez. Então, foi necessário agrupá-los de maneira a colocar os que já tinham certo conhecimento com aqueles que ainda não tinham conhecimentos. A intenção era permitir que os alunos aprendessem ou adquirissem um maior conhecimento deste jogo, bem como dessem assistência aos que não possuíam conhecimento algum, a fim de levar esses alunos a compreenderem de forma mais significativa os elementos do jogo.

Van de Walle (2009, p. 83) defende que; “O trabalho em grupo pode ser um recurso auxiliar aos que necessitam um pouco de ajuda extra”. Para esse autor, os benefícios do trabalho em grupo vão além de ganhar tempo, a comunicação entre os alunos melhora as relações sociais, promovendo ganho nos aspectos relacionais da turma. Colaborando o que foi dito, Grandó (2000, p. 106) acrescenta que “é muito importante propiciar, em situações escolares, momentos de atividades de trabalho em grupo, para que os sujeitos sejam capazes de compreender e respeitar as formas de participação dos colegas de trabalho”. Mas para que essa estratégia funcione bem, o professor precisa ficar atento para que todos no grupo tenham a oportunidade de contribuir de forma produtiva, mediando para que, em grupos heterogênicos, os que têm mais dificuldades tenham vozes e sejam ouvidos.

Em um segundo momento da sequência de atividade, de acordo com as cursistas PN e PH, os alunos formaram quatro grupos de quatro alunos e que começaram a leitura do *problema 1, letra a* (Figura 27). Elas contaram que, de princípio, os alunos não conseguiram estabelecer uma forma organizada de resolver e encontrar a solução, mas que, com um pouco de orientação, começaram a testar as formas de agrupamento, sendo, de início, de forma aleatória, o que acabava por se perderem nas contas. Por fim, depois de muitas tentativas, três grupos conseguiram chegar a um resultado, o qual foi apresentado para os demais alunos da turma do 3.º ano do Ensino Médio. O quarto grupo chegou a um resultado diferente dos demais, mas, durante a apresentação deste, os outros alunos auxiliaram e os ajudaram a fazer as devidas adequações.

As cursistas PN e PH relataram que eles conseguiram resolver de forma mais rápida o *problema 1 letra b*, usando uma estratégia semelhante à usada no *problema 1 letra a*, só com as adaptações exigidas no problema. De acordo com os padrões para o ensino de matemática do NCTM (2000, p. 86 *apud* VAN DE WALLE, 2009, p. 254): “Quando os estudantes calculam com estratégias que eles inventaram ou escolheram porque lhes são significativas, seu conhecimento tende a ser sólido – eles podem lembrar e aplicar seu conhecimento”.

Confirmando com o que foi relatado pelas cursistas PN e PH, Allevato (2005, p. 76) defende que, “os alunos deveriam ser conduzidos a fazer Matemática, a construir definições e resultados a partir de conhecimentos anteriores e das discussões entre eles ao invés de recebê-los prontos”. O fazer matemática associado a rituais e práticas dos alunos em sala de aula faz com que esse fazer matemática tenha sentido para eles, levando ao engajamento deles na atividade propostas.

Na apresentação, as cursistas PN e PH relataram que o tempo previsto para a conclusão deste 2.º momento não foi o suficiente e que foi necessário aumentar o número de aulas para que os alunos concluíssem a resolução dos problemas propostos. PN ressaltou que, nesse tipo de atividade, os alunos necessitaram ter muito tempo para organizar suas ideias e conseguir chegar a um resultado, o que acabou sendo um dificultador, pois não conseguiriam cumprir o cronograma estipulado para o bimestre, de acordo com as diretrizes estatuais (GOIÁS, 2019).

Durante a apresentação do terceiro momento, as cursistas PN e PH comentaram que, de modo geral, os alunos gostaram das atividades, mesmo com as dificuldades e a falta de tempo. Elas julgaram produtivo o trabalho realizado. A Cursista PN relatou que: “*Os alunos ficavam o tempo todo conversando sobre como resolver, os problemas, dava opinião, quase todos estavam participando nos grupos, eles se sentiram desafiados*”. Em relação à fala de PN, Grandó (2000) considera que, ao se sentir desafiado, um indivíduo adquire interesse em resolver, compreende e/ou analisar o objeto desafiador, com isso se torna mais suscetível ao aprendizado.

O que fez com que essa sequência seja classificada como um *recorte do jogo de xadrez* foi o fato de os problemas não contemplarem o jogo em si, visto que foram utilizados os elementos, peças e tabuleiro, para desenvolver problemas matemáticos. O foco não estava no jogo e, sim, no conteúdo matemático a ser aprendido.

Os problemas propostos nesta e nas outras sequências serão apresentados de forma separada em um item específico, conforme as suas características.

6.4.5 Sequência 05- O xadrez na educação física: desafio a ser vencido

A sequência 05, desenvolvida pelo professor cursista PW, nas aulas de Educação Física, com alunos de 2.ª fase do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual, teve duração de seis aulas.

As atividades foram desenvolvidas em duas turmas, sendo uma de 6.º ano e outra de 9.º ano do Ensino Fundamental. O cursista PW, durante sua apresentação, disse que ao todo participaram 38 alunos, sendo 18 da turma de 6.º ano e 20 da turma de 9.º ano.

Com base nos dados coletados durante a apresentação do cursista PW e os arquivos da sala virtual do curso, verificamos que a sequência foi organizada em três momentos, conforme Tabela 8.

Na apresentação, o cursista PW ressaltou que a maioria dos alunos já tinha um certo conhecimento do jogo de xadrez, pois ele já o havia trabalhado em aulas anteriores. Por esse motivo, no primeiro momento, foi feita somente uma revisão dos elementos do jogo com atividades voltadas para o movimento das peças e jogadas de finalização.

Tabela 8 – Sequência 05 – 2ª fase do Ensino Fundamental PW

Momento	Nº de aulas	Tema	Conteúdos
1º	02	Desenvolvendo as habilidades do xadrez	Revisão dos elementos do xadrez, resolução de problema
2º	02	Problemas envolvendo o jogo pré-enxadístico e/ou xadrez	Desenvolvimento da análise, construção de estratégias, descrição de procedimentos e organização de dados.
3º	02	Produção de relatórios	Verificação da aprendizagem, através da apresentação das atividades

Fonte: Elaboração do autor, a partir dos relatos na apresentação da atividade e da sequência entregue ao pesquisador (2022).

A revisão de conceitos e habilidades para Van de Walle (2009) faz parte do processo de preparar o aluno para a tarefa. Tem a função de fazer uma ligação entre conhecimentos anteriores específicos e o problema de hoje. Esse processo pode ser feito por intermédio de questionamentos orais, atividades mentais, sem a obrigatoriedade de uma atividade preparatória específica. Van de Walle (2009) orienta que as atividades devem ser gradativas, partindo de uma versão mais simples, para preparar os alunos para a atividade, estimulando, assim, o pensamento e organizando as ideias.

Durante a apresentação do segundo momento da sequência de atividade, o cursista PW contou que o desafio Gato e rato serviu para lembrar o movimento de captura do peão, principalmente para os alunos do 6.º ano que não tinham um bom conhecimento do jogo de

xadrez. Este jogo também foi produtivo para os alunos desenvolverem estratégias de jogo, como antecipação de jogadas, planejamento e análise de possibilidades.

Ainda, durante a apresentação do segundo momento, o cursista PW ressaltou que, durante a resolução dos problemas 1 e 2 (Figura 30), os alunos tiveram a oportunidade de aprofundar os conhecimentos do jogo de xadrez, uma vez que precisaram analisar situações de jogo, indicando soluções variadas. Por meio do registro das soluções, puderam desenvolver a argumentação sobre as jogadas.

As colocações do cursista PW vêm ao encontro dos estudos de Grillo e Grandó (2021, p. 85), que defendem que o aluno no “movimento de analisar, criar, refutar e/ou apropriar determinadas estratégias de jogo, está em um movimento de construção de conhecimentos”. Durante o jogo, analisar as estratégias do adversário antecipando jogadas, tomando decisões a cada problema decorrente de uma nova jogada, deu ao aluno a oportunidade de “pensar matematicamente, pela razão que existe toda uma construção de um raciocínio lógico-estratégico fundado em um processo conjecturação, investigação e estudo das possibilidades de jogo” (GRILLO; GRANDÓ 2021, p. 86-87).

Já na apresentação do terceiro momento, o cursista PW pontuou que os alunos tiveram que apresentar as resoluções no quadro para os colegas e que, após as apresentações de cada dupla, foram discutidas as respostas encontradas e o caminho para se chegar à solução, já que havia soluções diferentes. Essa foi uma característica interessante, pois, como os problemas apresentados não possuíam soluções únicas, isso demandou dos alunos compreendê-los com base no seu conhecimento de jogo.

A avaliação feita pelo cursista PW está relacionada com as orientações encontradas nos princípios e padrões para a matemática escolar, estabelecidos no NCTM (2000), que de acordo com Van de Walle (2009, p. 20), “*A avaliação que inclui de modo simultâneo a observação contínua e a interação de alunos encoraja-os a articular e, assim, esclarecer suas próprias ideias*”. O autor complementa ainda que o processo de avaliação deve ser composto de observações contínuas a respeito do progresso do aluno para orientar a ação pedagógica do professor.

As atividades comentadas nesta sequência serão apresentadas e analisadas no item 6.5, específico das atividades, juntamente com suas especificações e classificações, com as atividades de todas as sequências apresentadas neste texto.

A seguir, daremos a conhecer as atividades desenvolvidas pelos cursistas.

6.5 Classificação das Atividades

As atividades apresentadas em cada sequência foram organizadas de acordo com as características e os objetivos no que se refere ao jogo de xadrez. Com isso, conseguimos separá-las em duas concepções, *recorte do jogo de xadrez* e *xadrez em situação de jogo*, as quais passaremos a apresentar no texto a seguir. Como aqui nosso interesse é na relação do xadrez e o ensino da matemática, priorizamos as análises das atividades descritas pelos autores como direcionados ao ensino de matemática.

6.5.1 Recorte do jogo de xadrez

Consideramos como *recorte do jogo de xadrez* as atividades desenvolvidas a partir de elementos do xadrez, tais como: valor das peças, casas do tabuleiro, movimento de uma ou mais peças, em que os cursistas se apropriaram destes elementos para elaborar as situações-problema. Nesse caso não é necessário que os alunos e os professores sejam necessariamente bons enxadristas, basta que tenham um bom conhecimento dos elementos do xadrez para que seja possível desenvolver as atividades propostas.

O *recorte do jogo de xadrez* engloba, o que Santos Junior (2016) chama de “o uso do xadrez como suporte pedagógico para o ensino de matemática”, e Grillo (2018) evidencia como sendo um “o uso do xadrez de forma utilitarista”. O jogo não é o fator mais importante e, sim, os elementos do xadrez, os quais podem estar relacionados a um determinado conteúdo de matemática. Assim, os problemas são criados com a utilização dos elementos do xadrez para ensinar um conceito matemático, como pode ser percebido nas atividades destacadas na Figura 25, desenvolvidas na sequência 01 pelos cursistas PE e PRB, que almejavam relacionar o xadrez e a matemática, por meio da relação entre o movimento das peças e o conceito de retas paralelas e perpendiculares.

A atividade número 1, apresentada na Figura 25, não requer muito raciocínio para ser resolvida, uma vez que foi dado o caminho das peças. Com isso, bastaria que o aluno soubesse o conceito de retas paralelas, o que dificultaria a argumentação, perdendo assim a possibilidade de debate. Já a atividade número 2 não tem uma resposta explícita, além de possibilitar mais de uma opção de resposta, cabendo, então, ao aluno identificar os conceitos e as habilidades através de conhecimentos adquiridos anteriormente para chegar à resposta. A atividade demanda um conhecimento do movimento das peças e também do conceito de retas

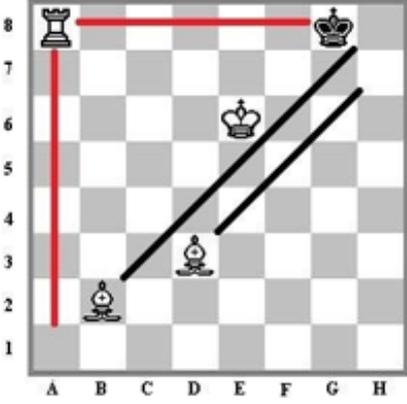
perpendiculares, o que nos permite concluir que tal atividade não introduziu um novo conceito, mas sim, mobilizou conceitos já aprendidos e reviu aqueles estudados anteriormente.

As atividades da Figura 25 não usam o jogo como elemento desencadeador de situações-problema, por esse motivo a consideramos como *recorte do jogo de xadrez*, já que se vale de elementos do jogo para ensinar conceitos matemáticos, o que difere do que Grillo (2012) denomina como Xadrez Pedagógico.

A atividade da Figura 26, logo a seguir, utiliza o tabuleiro de xadrez como sustentação para construir uma ideia de área – a área de uma figura está relacionada a uma determinada unidade de medida de área. Esta atividade trabalhou o conceito de área, sem vincular a aprendizagem ao jogo de xadrez, por isso foi classificada como *recorte do jogo de xadrez*, uma vez que utilizou o tabuleiro de xadrez, relacionando-o ao conceito de área.

Figura 25 – Atividades recorte do jogo de xadrez PE e PRb

1) Observando a imagem. Quais peças se deslocam formando retas paralelas?



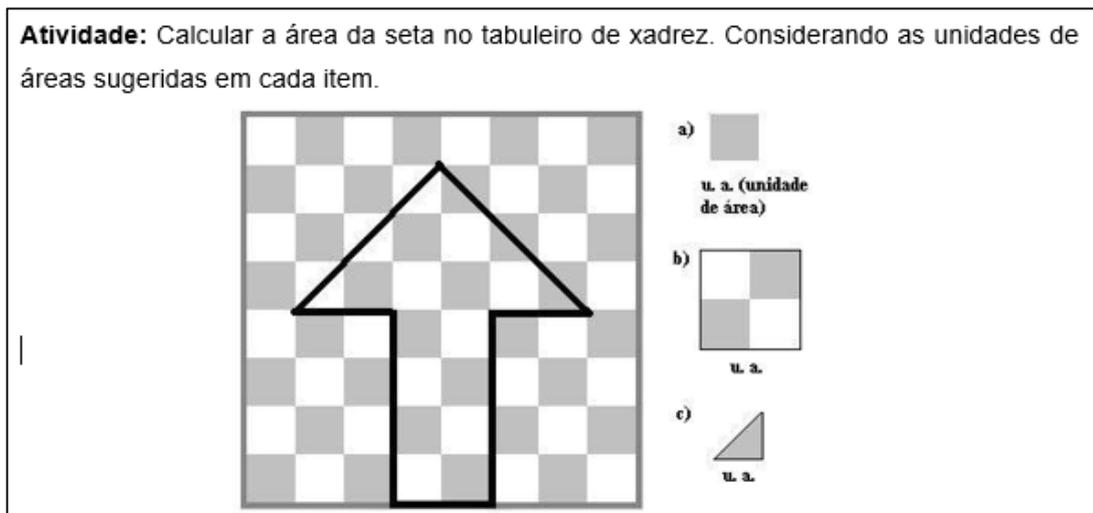
2) Desenhe na imagem os movimentos das peças que formariam uma reta perpendicular.



O diagrama apresenta dois quadros de um tabuleiro de xadrez. O primeiro quadro, sob a pergunta 1, mostra um tabuleiro com as peças: Rei em e6, Rainha em e3, Bispo em c3, Cavalo em b2 e Torre em a8. Há uma linha vermelha horizontal conectando a Torre em a8 ao Rei em e6, e duas linhas pretas paralelas diagonais: uma conectando o Cavalo em b2 ao Rei em e6, e outra conectando o Bispo em c3 ao Rei em e6. O segundo quadro, sob a pergunta 2, mostra o mesmo tabuleiro com as peças: Rei em e6, Rainha em e8, Bispo em d3, Cavalo em b2 e Torre em a8.

Fonte: Sequência 01- elaboração PE e PRb. Arquivo da sala virtual do curso (2022)

Figura 26 – Atividades recorte do jogo de xadrez PE e PRb



Fonte: Sequência 01- elaboração PE e PRb. Arquivo da sala virtual do curso (2022).

A Figura 27 mostra duas situações-problema desenvolvidas na sequência 4 pelas cursistas PN e PK.

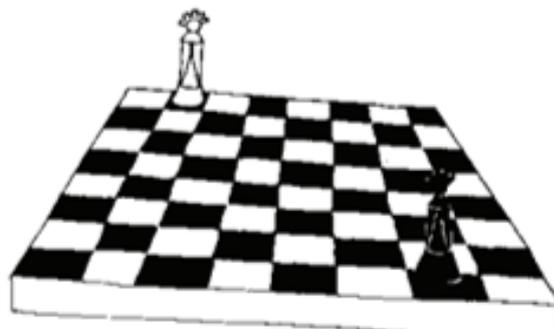
Essa atividade apresentada na Figura 27 propôs dois problemas que relacionam o ensino de matemática com elementos do jogo de xadrez, sendo que o problema número 1 indica duas situações em que podem ser obtidos os resultados pelo princípio fundamental da contagem, de forma semelhante em que, em se fixando uma casa de uma determinada cor, passam-se a analisar as opções de escolha de outra casa de cor oposta, respeitando as orientações do comando da atividade, desta forma pode se chegar à solução.

Já o problema 2 da Figura 27 trata da organização de oito torres no tabuleiro, considerando a possibilidades de se colocar a 1.^a torre. Daí, analisando as possibilidades de se colocar a (2.^a, 3.^a, ..., 8.^a) torres, pode-se chegar a uma solução pelo princípio fundamental da contagem. Com tudo, os alunos poderiam chegar a outras soluções para o problema. Em ambos os problemas é notória a viabilidade de desenvolvimento de conhecimento matemáticos nas situações apresentadas. No entanto o jogo não é o foco nem para a proposição do problema, tampouco faz parte da solução, porque foram utilizados elementos do xadrez, como o tabuleiro e peças, para a ilustrar e dar sentidos para o problema, ela se configura como um *recorte do jogo de xadrez*.

Figura 27 – Atividades recorte do jogo de xadrez PN e PH

PROBLEMA 1 (Fonte: Ferreira, 2001, p. 6- PROFMAT)

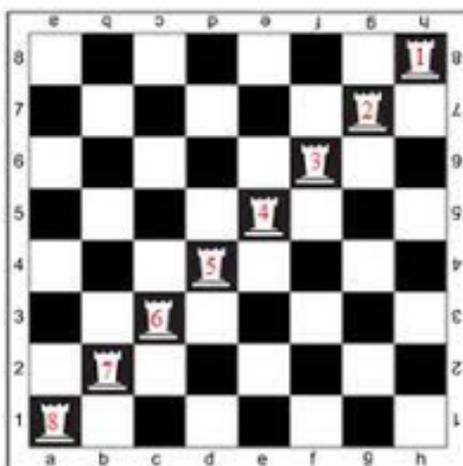
(a) De quantas maneiras podemos escolher um quadrado preto e um quadrado branco num tabuleiro de xadrez para posicionar as damas brancas e pretas?



(b) De quantas maneiras podemos escolher um quadrado preto e um quadrado branco num tabuleiro de xadrez se os dois quadrados não podem pertencer à mesma linha ou coluna?

Problema 02 (Fonte: Morgado, 1991, p. 23)

De quantos modos podemos arrumar 8 torres iguais em um tabuleiro de xadrez de modo que não haja duas torres na mesma linha nem na mesma coluna?



Não esqueça de deixar registrado os cálculos e esquemas utilizados na solução:

Fonte: Sequência 04- elaboração PN e PH. Arquivo da sala virtual do curso (2022).

6.5.2 Xadrez em situação de jogo

Na concepção *xadrez em situação de jogo*, entram as atividades que utilizam as situações reais do jogo de xadrez, tais como: aberturas, finalizações, jogadas de ataque ou defesa. Elas exigem tanto dos alunos como dos professores um maior conhecimento do jogo e de jogadas.

Nesta categoria, os problemas são gerados a partir das situações desencadeadas durante o jogo. O professor, de forma intencional, pode problematizar para instigar um diálogo, fazendo com que os alunos confrontem suas jogadas com as dos seus colegas, verifiquem os erros e os acertos, testem suas hipóteses, examinem possibilidades, tirem suas próprias conclusões, defendam seus pontos de vista e, com isso, desenvolvam a argumentação. Isto é o que Grillo e Grandó (2021) denominam como um ambiente pedagógico de jogo, pois o processo de resolução cria possibilidades para os alunos discutirem e argumentarem sobre suas jogadas. Esta categoria é a que mais se aproxima do que Grillo (2012, 2014, 2018) e Grillo e Grandó (2021) denominam de Xadrez Pedagógico, como vemos na Figuras 28.

Figura 28 – Atividade xadrez em situação de jogo

01- E a vez das pretas, considerando a situação de jogo a seguir, quem vence o jogo? Por quê?



Fonte: Elaboração própria (2022)

2- As pretas estão em desvantagens, mostre como as brancas conseguem vencer o jogo, registre as jogadas que determina a vitória das brancas.



Fonte: Elaboração própria (2022)

Fonte: Sequência 03- elaboração PR. Arquivo da sala virtual do curso (2022)

As atividades propostas pelo cursista PR, apresentadas na Figura 28, colocam como elemento principal um gerador de situações-problema nos momentos do jogo. Este passa a ser o conteúdo para desenvolver o pensamento matemático através dos problemas gerados a cada jogada, o que possibilita que os alunos desenvolvam estratégias próprias para a resolução dos problemas desencadeadas durante uma partida de xadrez. E, então, cabe ao professor ficar atento e aproveitar esses momentos para levantar questionamentos, de forma a incitar o diálogo e a análise, que podem resultar num ambiente instigante de produção de conhecimentos, sem a preocupação de relacionar diretamente com um conceito matemático de maneira formal. Atividades como essas, de acordo com Grillo e Grando (2021, p. 85-86), possibilitam que

o aluno em um movimento de analisar, criar, refutar e/ou apropriar determinadas estratégias de jogo, está em um movimento de construção de conhecimentos. Ora, o estudo dessas estratégias proporciona uma aprendizagem via reflexão e tomada de decisão, a cada “problema” que sobrevém durante uma partida. Não podemos olvidar que no jogo, existe a oportunidade de elaboração de novos pensamentos e/ou conhecimentos. Isso propicia ao aluno pensar matematicamente, pela razão que existe toda uma construção de um raciocínio lógico-estratégico fundado em um processo conjecturação, investigação e estudo das possibilidades de jogo.

A partir do entendimento de que o jogo deve ser conteúdo por meio do planejamento de ações intencionais, ele

será conteúdo assumido com a finalidade de desenvolver habilidades de resolução de problemas possibilitando ao aluno a oportunidade de estabelecer planos de ações para atingir determinados objetivos, a executar jogadas segundo este plano e a avaliar a eficácia destas jogadas. (MOURA, 1994, p. 21)

Assim, as atividades propostas pelo cursista PR, presentes na Figura 28, se enquadram na perspectiva de *xadrez em situação de jogo*, aproximando-a do Xadrez Pedagógico de Grillo (2012).

A atividade da Figura 29, desenvolvida pela cursista PK, consiste em um problema aberto, desenvolvido em um determinado momento de uma partida. Já que resolver este problema está diretamente relacionado à ação de jogar, ela pode ser caracterizada como *xadrez em situação de jogo*. A resolução do problema possibilita que, através do registro das possibilidades de jogada, da análise das variantes de jogadas do adversário, da melhor resposta para cada lance, o aluno desenvolva seu pensamento matemático, sua capacidade de argumentação, sem que seja definido um único conteúdo.

A atividade da Figura 29 viabiliza desenvolver as competências estabelecidas nas diretrizes curriculares estaduais DCGO-Goiás (2019, p. 382), que estabelecem, como competência matemática: “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo”

Figura 29 – Atividade xadrez em situação de jogo PK

Atividade 3

E a vez das brancas, supondo que por estar em vantagem as brancas vença, descreva como isso pode acontecer; (registre as possíveis jogadas)



Identifique o número mínimo de lances para que isso aconteça.

Fonte: Sequência 02- elaboração PK. Arquivo da sala virtual do curso (2022).

Tal qual o DCGO-Goiás (2019), Grillo e Grando (2021, p. 80) apontam que, no movimento de antecipar jogadas, o aluno tem que recorrer à sua memória espacial, utilizando posições das peças memorizadas em jogadas anteriores para construir uma resposta para as jogadas, ou seja,

há todo um planejamento mental, que abrange uma memorização do espaço, a imaginação e a conjecturação. Ideamos que essa habilidade possa ser desenvolvida no decorrer de análises de antecipações de jogadas e corroborar na construção de conhecimentos matemáticos.

Concluimos que a atividade proposta pela cursista PK, Figura 29, com base no seu desenvolvimento e nas argumentações feitas pela cursista PK, durante a sua apresentação, da atividade, proporcionou o desenvolvimento do raciocínio lógico, colaborando com o desenvolvimento da habilidade de resolução de problemas.

As atividades, representadas na Figura 30, foram apresentadas na sequência 5 pelo cursista PW, e desenvolvida com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, como forma de integrar os componentes curriculares de educação física e a matemática.

Essas atividades foram classificadas como *xadrez em situação de jogo*, devido ao fato de o problema ter se originado em uma situação real de jogo, e sua resolução depender da ação de jogar para se chegar à solução.

Figura 30 – Atividade xadrez em situação de jogo PW

Problema 1

É a vez das pretas, nesta situação as pretas possuem duas possibilidades de capturas, peão b5 ou Bg7 x Cc3 (bispo captura cavalo c3)



Das opções de captura que as pretas possuem, mostre as vantagens ou desvantagens das duas opções, (deixe os registros na folha)

Problema 2

As pretas estão com uma leve vantagem, considerando que é a vez das brancas, é possível recuperar essa vantagem?



Mostre pelo menos uma possibilidade de ganho de material para as brancas outra para as pretas.

Fonte: Sequência 05- elaboração PW. Arquivo da sala virtual do curso (2022).

Os problemas da sequência 5 visavam colocar o aluno em uma situação de tomada de decisão, uma vez que ele teria que escolher entre uma ou outra opção, além de ter que descrever as vantagens e as desvantagens, as melhores jogadas, o que o levaria o aluno a pensar para fazer

os registros das jogadas. Tal movimento o colocaria em uma situação de análise, contexto fundamental para construir o pensamento matemático durante o jogo.

A DCGO-Goiás (2019) orienta que o planejamento de aulas com jogos de estratégias deve pôr o aluno em posição de desenvolver estratégias, analisar jogadas, resolver problemas, tomar decisões. Tudo isso reverbera em desenvolvimento do raciocínio lógico e favorece a construção de novos conhecimentos.

Durante a apresentação do cursista PW, para os demais cursistas, o cursista PR sugeriu que o enunciado do problema 1, presente na Figura 30, fosse alterado para *“É a vez das pretas, das opções de captura que tem, qual a melhor opção, mostre as vantagens e desvantagens de cada uma”*, desta forma o problema aumentaria o nível de desafio para os alunos, o que demandaria encontrar as possibilidades descritas, e até mesmo outras opções. O cursista PW acatou a sugestão, mas ressaltou que essa adaptação talvez fosse melhor indicada para uma turma com mais conhecimento do jogo e que essa alteração para a turma na qual ele desenvolveu as atividades poderia desmotivar os alunos, devido ao aumento do nível de dificuldade do mesmo.

As sugestões apresentadas por PR e as argumentações de PW fazem parte do processo de construção de formação docente. Fiorentini (2001) lembra que a formação do professor ocorre de forma contínua. O professor *“aprende a ensinar”*, num processo contínuo através da investigação, da inter-relação entre teoria e prática, nas experiências adquiridas no convívio com outros. Portanto, as contribuições durante a apresentação de PW se configuram num momento de construção da prática desses cursistas.

O registro das resoluções e das jogadas, para Grillo e Grando (2021), contribui para a construção do que eles nomeiam como o 7.º momento do jogo, ou seja, *“jogar com competência”*, uma vez que possibilita retornar e analisar as ações de jogo, testar novas estratégias. O movimento de organizar o pensamento para construir as argumentações, para fazer as análises necessárias, para tomar as melhores decisões, para optar pelas estratégias mais indicadas, faz com que o aluno seja capaz de pensar além do jogo, desenvolve a capacidade de investigação, o pensamento lógico matemático, e, a partir daí, constrói novos conhecimentos.

Nem todas as atividades desenvolvidas no decorrer do curso pelos cursistas foram apresentadas neste texto, para não deixá-lo demasiadamente repetitivo e até mesmo muito extenso. Priorizamos as atividades que julgamos ser importantes para concretizar o objetivo desta pesquisa.

Ao todo foram produzidas cinco sequências de atividades, num período entre março e maio de 2022, as quais conseguiram, de alguma forma, relacionar o xadrez com o ensino de matemática, sejam elas na perspectiva do *recorte do jogo de xadrez* sejam na perspectiva do *xadrez em situação de jogo*. Os cursistas se mostraram motivados e interessados em valer-se dessa metodologia mais vezes em suas aulas, para fugir de um modelo de aula tradicional e nem sempre agradável aos alunos. Em assim sendo, acreditamos que esta pesquisa cumpre seu papel de contribuir para aprimorar a prática pedagógica dos professores cursistas.

6.6 Produto Educacional

Como produto educacional, foi oferecido um curso de capacitação de formação continuada, na cidade de Doverlândia – GO, para professores de matemática, com carga horária de 120h, enfatizando o uso xadrez numa perspectiva de resolução de problema, como alternativa para trabalhar os componentes curriculares e desenvolver habilidades matemáticas. Após a conclusão desta pesquisa, o curso, na forma do produto educacional desta dissertação, será publicado juntamente com as atividades desenvolvidas pelos professores durante o curso com o intuito de disponibilizar estes materiais didáticos para subsidiar novos trabalhos de outros pesquisadores e professores com interesse no assunto. O Produto Educacional encontra-se em apêndice neste texto.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Chegamos à parte final desta pesquisa. Nesta etapa, pretendemos nos voltar à nossa questão que nos norteou para apresentar os resultados, as possíveis contribuições para a Educação Matemática, para os professores cursistas e para a comunidade local, sem nos esquecermos dos desafios e das dificuldades, enfrentados durante todo o percurso desta investigação.

Encontrar resposta para nossa investigação não foi uma tarefa fácil, houve muitos percalços, iniciando com o que já foi relatado neste texto, a dificuldade em encontrar professores com disponibilidade para participar da pesquisa, devido à investigação ocorrer em uma pequena cidade, com poucos professores de matemática. Além disso, esses professores possuíam uma carga horária de trabalho extensa, o que dificultou a disponibilização de tempo para participarem de cursos de formação continuada.

Outro complicador foi a cobrança em cumprir os conteúdos programáticos estipulados para o bimestre, dentro das diretrizes estaduais e/ou municipais, o que, em nossa opinião, fez com que as sequências de atividades fossem desenvolvidas com um tempo reduzido, acarretando alterações na qualidade dos dados obtidos.

A adaptação de alguns professores para trabalhar com uma metodologia inovadora e diferenciada também foi um desafio, pois demandou deles mudar os métodos de trabalho, planejar atividades diferenciadas e assumir uma postura nova diante da sua sala de aula, enfim uma forma diversa de trabalhar. E isso não acontece de forma rápida. É necessário mais que a disposição desses professores, é preciso, às vezes, ir contra sua própria formação. Van de Walle (2001) aponta para a necessidade de saber “quanto dizer e quanto não dizer”. Para os professores cursistas essa foi uma dificuldade que ainda precisa ser superada, para melhorar sua prática, deixando o aluno construir sua autonomia de aprendizagem.

A despeito de todos esses percalços, a colaboração e o empenho desses professores foram fundamentais para que eles fossem, se não superados completamente, pelo menos contornados, de forma a possibilitar a continuidade e o êxito desta pesquisa.

Ao mesmo tempo em que estar em uma pequena cidade era um problema pelo reduzido número de professores, por outro lado se tornou uma vantagem, uma vez que as oportunidades de curso, que vise a prática de sala de aula, são poucas, com isso os professores se interessaram pela oportunidade de conhecer novas metodologias ou técnicas que de alguma forma contribuíssem para melhoria da aprendizagem em suas salas de aula. Dessa forma concordaram

em fazer parte dessa pesquisa. Com isso conseguimos um bom número de professores para o desenvolvimento desta pesquisa.

Para responder à nossa questão de investigação, “De que modo um curso, voltado à prática pedagógica com o xadrez na perspectiva da Resolução de Problemas, pode contribuir na formação continuada de professores que ensinam matemática?”, foi essencial buscar embasamento teórico naqueles estudiosos que têm se debruçado no tema Resolução de Problemas, Jogos no ensino e, em especial, no jogo de xadrez em sala de aula, para conhecer o que se tem discutido acerca dessa questão.

Temos consciência de que os dados produzidos poderiam ter sido mais bem analisados, mas devido ao tempo de término do mestrado, pudemos alcançar até a produção desse texto.

O pesquisador que realizou este estudo teve, durante a período de estudo, um significativo ganho pessoal, pois aprendeu muito acerca de Resolução Problema, da utilização do jogo no ensino, em especial o jogo de xadrez, e, ainda, da significância do planejamento para criar um ambiente de aprendizagem, de forma a possibilitar a argumentação, o registro, a análise, valorizando o processo de construção do pensamento reflexivo do aluno. É viável desenvolver o pensamento matemático no aluno, por meio do jogo, das reflexões desenvolvida na ação de jogar, sem a necessidade de uma matemática de fórmulas e regras.

As contribuições desta pesquisa vão além do conhecimento adquirido por esse pesquisador. Dentre aqueles realçados pelos cursistas, podemos citar a possibilidade de dinamizar as aulas com a utilização do jogo de forma pedagógica; a compreensão da metodologia de Resolução de Problema; a importância de planejar atividades capazes de mobilizar o aluno para que ele se proponha a participar, seja de uma *atividade de jogo* seja de *resolução de um problema*, pois só com essa mobilização ele se disporá a aprender; a valorização do trabalho em grupo como forma de dar autonomia para os alunos na construção da aprendizagem. Por último destacaram como contribuição na sua prática docente o fato de ter tido a oportunidade de aprender a jogar xadrez e utilizá-lo em suas aulas como forma de construção da aprendizagem em matemática.

Como contribuição do jogo de xadrez, as atividades desenvolvidas pelos professores, já apresentadas neste texto, indica que o xadrez permite ao professor planejar atividades capaz de desenvolver habilidades, tais como, a memória visual, através dos problemas que envolve antecipação de jogada, uma vez que o jogador necessita de realizar mentalmente uma jogada analisando as possibilidades de variações sem que as peças estejam no tabuleiro, essa visualização ocorre em sua mente. A habilidade de resolver problemas por meio de cálculo

mentais pode ser desenvolvida dentro do jogo de xadrez, durante as jogadas quando o professor realiza intervenções que leve o aluno a tomada de decisão podendo ser análises de trocas de peças, planejamento de uma jogada que possa levar a uma vantagem material no jogo.

O registro escrito, a elaboração de problemas no jogo de xadrez, apresentado nas atividades elaboradas pelos professores, as quais foram apresentadas neste texto permitiu aos professores relacionarem o xadrez com a habilidade, construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo. O registro das partidas e jogadas permitiu aos professores por meio da organização e análise desses registros trabalhar no aluno habilidades de planejar e coletar dados de pesquisa sobre a própria prática. Durante o jogo as ações de contagem de possibilidades de realização de jogadas e/ou de movimento de uma peça, favorece ao desenvolvimento da habilidade, elaborar e resolver problemas de contagem, incluindo o princípio multiplicativo.

Diante do que foi apresentado acreditamos que conseguimos alcançar o objetivo principal dessa pesquisa que consiste em: Identificar as possíveis contribuições do uso do xadrez, numa perspectiva de resolução de problema, na prática docente de professores que ensinam matemática, durante um curso de formação continuada.

Para além dos muros da escola, temos contribuições para a comunidade escolar em que os participantes estão inseridos, esses professores desenvolveram várias propostas de atividade que colocaram o aluno em situação de reflexão, durante a ação de jogo; durante as argumentações nas apresentações; durante o desenvolvimento de estratégias para melhorar suas jogadas; e durante a resolução das situações emergidas ao longo do jogo de xadrez. Até mesmo as atividades que se valeram de elementos do jogo como forma de ilustrar os conteúdos matemáticos, fizeram com que a matemática tivesse um sentido para esses alunos, e, isso, certamente terá reflexos positivos para eles e, conseqüentemente, para a comunidade local como um todo.

Para a Educação Matemática, além desta dissertação, das atividades aqui apresentadas, discutidas e analisadas, será publicado um produto educacional resultante deste estudo, o qual, almejamos, possa ser de grande valia para orientar futuros pesquisadores que tenham interesse em desenvolver trabalho nesta linha de pesquisa.

Essa pesquisa não se encerra aqui, pretendemos, após o seu término, continuá-la, então com mais experiência, para desenvolver novos estudos e dar suporte aos professores e outros interessados em desenvolver uma prática pedagógica, amparada nos jogos e na Resolução de Problemas, como forma de dar sentido para o fazer matemática. Em suma, pretendemos dar

continuidade aos estudos como pesquisador, objetivando, agora, uma nova etapa, que nos leve a desenvolver uma pesquisa em nível de doutorado.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G. **Associando o computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência.** Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, São Paulo, 2005.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas. *In: ONUCHIC, L. R. et al. Resolução de Problemas: Teoria e Prática.* Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35 - 52.

ALMEIDA, J. W. Q. **O jogo de Xadrez na Educação Matemática:** como e onde no ambiente escolar. 156f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande, Pernambuco, 2010.

ASSUNÇÃO, J. A. de. **A resolução de problemas como metodologia de ensino no conteúdo de função Afim fundamentada na teoria de aprendizagem significativa de Ausubel.** 145f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) - Universidade Estadual de Roraima, Boa Vista: UERR, 2015.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em educação. Porto, PT: Porto, 1994.
BRASIL. Conselho Nacional de Educação. PARECER CNE/CES N.º 1.302/2001- Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. **Diário Oficial da União**, 05 mar. 2002. Seção 1, p. 15.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial e Continuada dos Profissionais do Magistério da Educação Básica. Parecer CNE/CP n.º 2/2015. **Diário Oficial da União da República Federativa do Brasil**, Brasília DF, 25 jun. 2015. Seção 1, p. 13.

BRASIL. Lei número 9394, art. 37, 20 de dezembro de 1996. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** Brasília - DF, 2005. Disponível em: <<https://presrepublica.jusbrasil.com.br/legislacao/109224/lei-de-diretrizes-e-bases-lei-9394-96>>. Acesso em: 10 mai. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. Saberes Matemáticos e outros campos do saber.** Brasília: MEC/SEF, 2012.
BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base.** Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>>. Acesso em: 10 mai. 2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática, (1.ª a 4.ª séries).** Brasília, DF: MEC/SEF, 1997. 142 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental – Matemática (5.ª a 8.ª séries).** Brasília, DF: MEC / SEF, 1998. 148 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (Ensino Médio)**. Brasília, DF: MEC/SEF, 2000. 58p.

CARRILHO, A. M^a. da C. Implicações da formação continuada para a construção da identidade profissional. **Psicologia da Educação**, São Paulo, n. 23, p. 155-173, 2006.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber: elementos para uma teoria**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

CHARLOT. **Relação com o Saber, Formação dos Professores e Globalização**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2005.

CHAPARIN, R. O. **A formação continuada de professores que ensinam matemática, centrada na resolução de problemas e em processos do pensamento matemático**. 2019. 432 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

DANTE, **Didática da Resolução de Problemas de matemática**. 1^a a 5^a séries. Para estudantes do curso Magistério e professores do 1^o grau. 12^a ed. São Paulo: Ática, 2003.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas SP: Papirus, 1996. 121p.

D'AMBRÓSIO, S. B. Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o Grande Desafio. **Pro-posições**, Campinas, SP, Faculdade de Educação, Unicam, v. 4, n. 1, p. 36-41, 1993.

ECHEVERRÍA, M. del P. P. A Solução de Problemas em Matemática. In: POZO, J. I. **A Solução de Problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 43-65.

ENGEL, G. I. Pesquisa-ação. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 16, p. 181-191, 2000.

ERNEST, P. Investigações, Resolução de Problemas e Pedagogia. In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (orgs.). **Investigar para aprender matemática. Textos selecionados**. Lisboa: Projeto MPT e APM, 1998. p. 25-48.

FARACO, A. C. **A escola como locus de formação continuada de professores: possibilidades, desafios e percepções**. Dissertação (Mestrado). Centro Universitário Moura Lacerda (CUML), Ribeirão Preto, 2006.

FERREIRA, N. C. **Uma proposta de ensino de Álgebra Abstrata Moderna, com a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, e suas contribuições para a Formação Inicial de Professores de Matemática**. 2017. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Instituto de Geociências e Ciências Exatas campus de Rio Claro, São Paulo, 2017.

FERREIRA, R. A. *et al.* A disciplina de Matemática Financeira nas matrizes curriculares dos cursos de Licenciaturas em Matemática no Brasil. **TANGRAM – Revista de Educação Matemática**, v. 3. n. 3, p. 85-109, 2020.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação.** 1994. 414f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP, 1994

FIORENTINI, D. (org.). **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares.** Campinas-SP: Mercado de Letras, 2003.

FIORENTINI, D. Educação matemática: diálogos entre universidade e escola. *In:* ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CONFERÊNCIA, 01, 02 a 05 de junho de 2009, **Anais [...]**. Ijuí/RS: Disponível em: <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CO/CO1.pdf>. Acesso em: 10 maio 2021.

FIORENTINI, D. Formação de professores a partir da vivência e da análise de práticas exploratório-investigativas e problematizadoras de ensinar e aprender matemática. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, Costa Rica, v. 10, p. 63-78, 2012.

FIORENTINI, D.; COSTA, P. K. A.; RIBEIRO, M. As tensões vivenciadas na construção da identidade profissional do futuro professor em um curso de licenciatura em matemática à distância. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia.*, Ponta Grossa, v. 11, n. 2, p. 234-259, 2018.

FRANCO, M. A. S. Pedagogia da pesquisa-ação. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, 2005.

FREIRE, P. **Ação cultural para a liberdade: e outros escritos.** 5. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1981.

FREIRE, P. **Política e educação: ensaios.** 6ª ed. São Paulo: Cortez, 2001a. (Org. e notas de Ana Maria Araújo Freire).

FREIRE, P. **A Pedagogia do Oprimido.** 17 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1994. Disponível em: <http://www.letras.ufmg.br/espanhol/pdf/pedagogia_do_oprimido.pdf>. Acesso em: 10 abr. de 2021.

GAMBOA, S. Teoria e Prática: uma relação dinâmica e contraditória. **Educação Física, Esporte e Lazer**, Porto Alegre, n. 8, p. 31 - 45, 1995.

GOIAS, Secretaria de Estado da Educação. **Documento Curricular para Goiás.** Goiânia, GO, 2019. Disponível em: <<https://cee.go.gov.br/wp-content/uploads/2019/08/Documento-Curricular-para-Goi%C3%A1s.pdf>>. Acesso em: 22 jun. 2021.

GOLO JUNIOR, R.A. Diretrizes Curriculares para Formação de professores de matemática – O estado em ação. *In:* ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-

GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 23, **Anais [...]**. UNICSUL - Câmpus Anália Franco, São Paulo – SP, 201. Disponível em: <<http://eventos.sbem.com.br/index.php/EBRAPEM/EBRAPEM2019/paper/viewFile/646/610>>. Acesso em: set. 2022.

GRANDO, R. C. **O Jogo suas Possibilidades Metodológicas no processo Ensino-Aprendizagem de Matemática**. 1995. 194 p. (Dissertação Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. 1995.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. 224p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. 2000.

GRANDO, R. C.; MARCO, F. F. O movimento da resolução de problemas em situações com Jogo na produção do conhecimento matemático. *In*: MENDES, J. R.; GRANDO, R. C. (orgs.). **Múltiplos olhares: Matemática e a produção de conhecimento**. 1 ed. São Paulo, SP: Musa, 2006. p. 95-118.

GRILLO, R de M. **A tomada de decisões a partir da Resolução de Problemas no Xadrez**. *In*: **Anais...** 17º Congresso de Leitura do Brasil – COLE, CD-ROM, 2009.

GRILLO, R. de M. **O xadrez pedagógico na perspectiva da resolução de problemas em matemática no ensino fundamental**. 2012. 279p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade São Francisco. Programa de Pós- Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Itatiba, Itatiba, 2012.

GRILLO, R. de M. O jogo de xadrez no contexto da resolução de problemas. **Revista Científica Semana Acadêmica**, Fortaleza, ano MMXIII, n. 48, p. 1-15, 2014.

GRILLO, R. de M.; **Mediação semiótica e jogo na perspectiva Histórico-Cultural em Educação Física escolar**. Tese (Doutorado em Educação Física). Programa de Pós- Graduação em Educação Física. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2018.

GRILLO, R. de M.; GRANDO, R, C. - **O xadrez pedagógico e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2021. 383p.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura**. 2. ed. Tradução João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 1990. 236p.

JUSTULIN, A. M. Um delineamento dos artigos em resolução de problemas no Brasil a partir de periódicos. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 18, n. 2, p.871-894, 2016.

LINS, R. C. Matemática, Monstros, significados e Educação Matemática. *In*: BICUDO, M. A.; BORBA M. C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**, São Paulo, SP: Cortez, 2004. p. 92-120.

LUNKES, M, E.; SCHNEIDER, C. Jogos para o ensino de matemática na formação continuada de professores: tecendo algumas reflexões. **Contra Ponto- Discussões científicas e pedagógicas em Ciências, Matemática e Educação**, v. 1, n. 1, 2020.

MARCATTO, F. S. F. M.; ONUCHIC, L. de la R. A resolução de problemas como eixo norteador na formação de professores que ensinam matemática. In NAVARRO, E. R.; SOUZA, M. do C. de (orgs.). **Educação matemática em pesquisa: perspectivas e tendências**. v. 3, Guarujá, SP: Científica digital, 2021. p. 49-69.

MORAIS, R. dos S.; ONUCHIC, L. R.; Uma abordagem histórica da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, L. R. et al. (orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco, 2014.p. 17 - 34.

MOREIRA, P. C. DAVID, M. M. M. S; O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. **Revista Brasileira de Educação**, v. 1, n. 28, 2005.

MOURA, M O. Jogo e a construção do conhecimento matemático. **Idéias**, v. 1, n. 10, p. 45-53, 1991.

NACARATO, A. M. O professor que ensina matemática: desafios e possibilidades no atual contexto. **Revista Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, v. 20, n. 1, 2013.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap. 12, p.199-218.

ONUCHIC, L. de la R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos e para onde iremos? *In*: JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4; JORNADA REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12. 2012, Passo Fundo, RS, **Anais[...]**. Passo Fundo, RS: UPF, 2012. p. 1-15.

ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos? **Revista Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, Faculdade de Educação, v. 20, n. 1, 2013.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, S. N. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A.; BORBA M. C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo, SP: Cortez, 2004. p. 213-231.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, S. N. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema - Mathematics Education Bulletin**, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE: Produção Didático-pedagógica**, 2013. Curitiba: SEED/PR., 2016. v. 2. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uel_mat_pdp_sueli_teixeira_rosa.pdf>. Acesso em: 20 mai. 2021.

PASSOS, C. L. B.; NACARATO, A. M. Trajetória e perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais. **Estudos Avançados**, v. 32, n. 94, p. 119-135, 2018.

PINHEIRO, S. N. S. Pesquisas sobre o jogo na psicologia histórico-cultural. *In: ANPED SUL*, 10, *Anais* [...]. Florianópolis - SC, out. 2014, p. 1-16.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução: Araújo, H. L. Rio de Janeiro: Interciência, 2006. 203 p.

SANTOS JUNIOR, A. dos. **O jogo de xadrez como recurso para ensinar e aprender matemática**: relato de experiência em turmas do 6º ano do ensino fundamental. 2016. Dissertação (Mestrado em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR., F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. *In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (ed.). New Directions for Elementary School Mathematics*. year book. Reston-VA: NCTM-National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

SILVA, M. J. de C. O jogo como estratégia para a resolução de problemas de conteúdo matemático. *Psicologia Escolar e Educacional*, v. 12, n. 1, p. 279-282, 2008.

SILVA, W. da. **Raciocínio lógico e o jogo de xadrez**: em busca de relações. 2010. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, SP, 2010.

SILVESTRE, B. S. **A formação do professor de matemática**: o jogo como recurso de ensino. 2016. 214 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2016.

SKOVSMOSE, O. Matemática em Ação. *In: BICUDO, M. A.; BORBA M. C. Educação Matemática*: pesquisa em movimento. São Paulo, SP: Cortez, 2004. p. 30-57.

SKOVSMOSE, O. **Cenários de investigação**. *Bolema* – Boletim de Educação Matemática. Rio Claro/SP, n. 14, p. 66-91, 2000.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. **Jogos Matemáticos de 1.º ao 5.º ano**. Porto Alegre, RS: Artmed, 2007. 152p.

SOARES, M.T.C.; PINTO, N.B. Metodologia de resolução de Problema. *In: REUNIÃO ANPED*, 24, 2001, Caxambu. **Anais eletrônicos...** Caxambu: ANPED, 2001. Disponível em: <<https://www.anped.org.br/reunioes-cientificas/nacional>>. Acesso em: 10 jun. 2021.

STANIC, G. M. A.: KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. *In: CHARLES, R. I.; SILVER, E.A. (eds.), The teaching and assessing of mathematical problem solving*, p. 1-22, 1989. Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum.

TARDIF, M.: Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério. **Rev. Bras. Educ**, n.13, p. 05-24, 2000.

TIRADO, A.C.S.B; SILVA, W. da. **Meu Primeiro Livro de Xadrez**: Curso para escolares. 4. ed. Curitiba: Expoente, 1999. p. 122.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

APÊNDICES

APÊNDICE A – O JOGO DE XADREZ COMO ESTÁ ESTRUTURADO

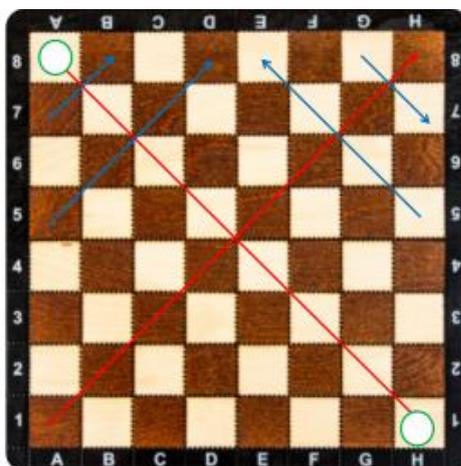
O jogo é jogado em dupla. Ao iniciar uma partida, os jogadores devem se cumprimentar com um aperto de mão. O jogo é disputado em um tabuleiro quadrado no tamanho oficial de 50x50cm, dividido em 64 quadradinhos menores de 5,5x5,5cm coloridos em cores alternadas claras e escuras, de forma que cada casa vizinha, direita e esquerda na frente e atrás, seja de cor oposta, distribuídos em 8 linhas numeradas de 1 a 8 e 8 colunas nomeadas com letras de *a* ao *h*. Desta forma cada casa do tabuleiro é identificada com um sistema alfanumérico, correspondente ao encontro de uma coluna com uma linha, essa identificação é usada nas anotações da posição das peças e jogadas, durante uma partida. conforme figura 1 a seguir:

Figura 1

8	a8	b8	c8	d8	e8	f8	g8	h8
7	a7	b7	c7	d7	e7	f7	g7	h7
6	a6	b6	c6	d6	e6	f6	g6	h6
5	a5	b5	c5	d5	e5	f5	g5	h5
4	a4	b4	c4	d4	e4	f4	g4	h4
3	a3	b3	c3	d3	e3	f3	g3	h3
2	a2	b2	c2	d2	e2	f2	g2	h2
1	a1	b1	c1	d1	e1	f1	g1	h1
	a	b	c	d	e	f	g	h

Fonte: Barbosa et al 2016, p. 11

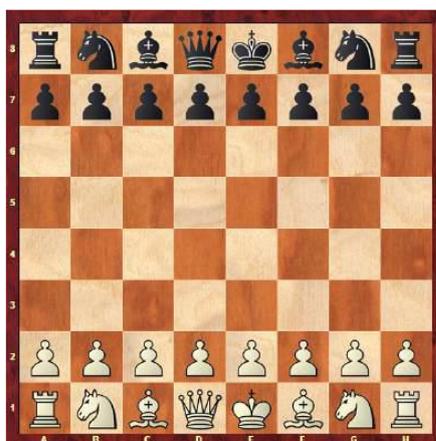
Este tabuleiro possui um total de 26 diagonais, compostas com intervalos entre duas e oito casa cada diagonal, sendo que as diagonais centrais contêm 8 casas chamadas diagonais principais e as demais diagonais secundárias. Ao iniciar a partida, deve-se observar a posição do tabuleiro frente aos jogadores, sendo obrigatoriamente a última casa da direita do jogador, necessariamente deve ser de cor clara. Essa deve ser a posição do tabuleiro para qualquer partida de xadrez.

Figura 2

Fonte: Elaboração nossa (2022)

Na figura 2, as setas vermelhas representam as diagonais principais, as setas azuis indicam exemplos de diagonais secundárias, a circunferência verde indica a casa branca que deve ficar do lado direito do jogador, que serve para orientar a posição do tabuleiro no início de cada partida.

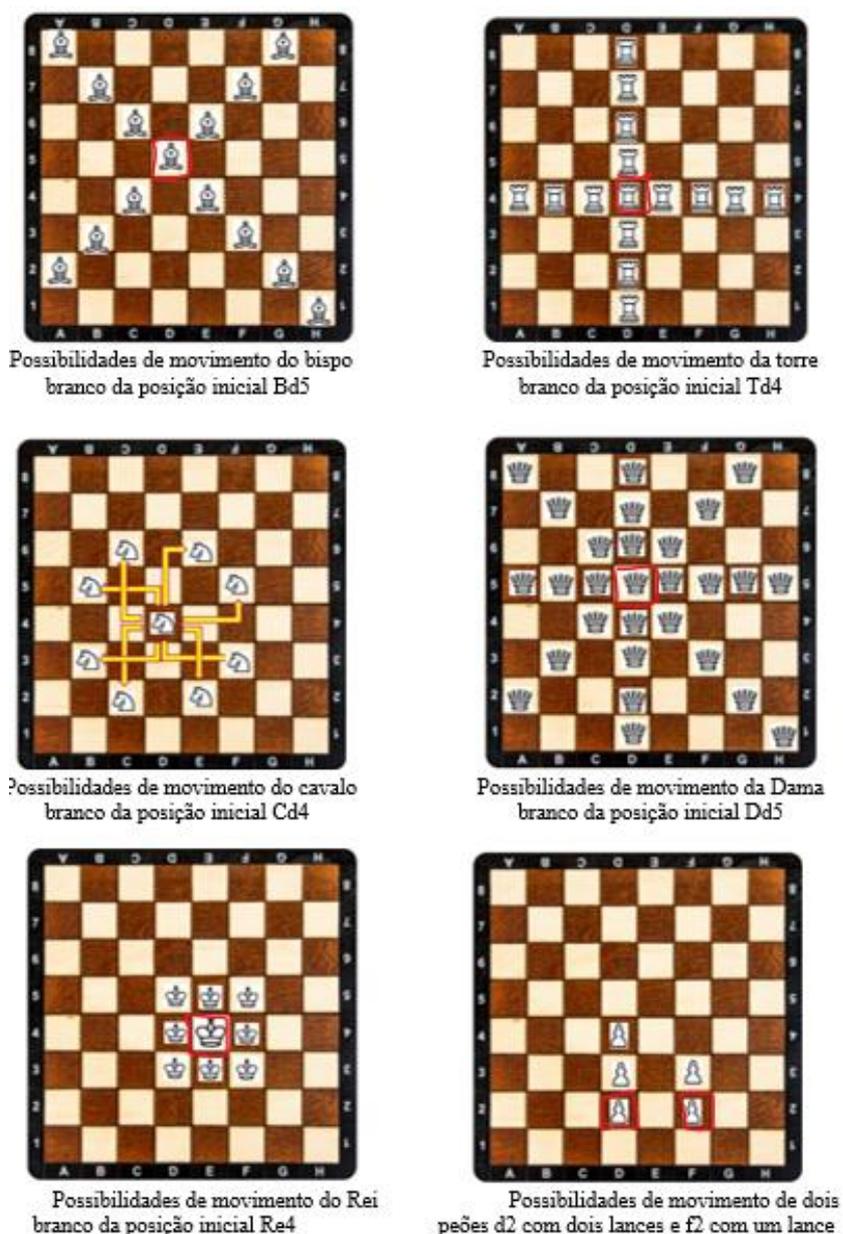
Cada jogador recebe um conjunto de 16 peças de mesma cor sendo que a cor de um jogador, deve ser diferente das do seu adversário. Esse conjunto de peças é constituído de 8 (oito) peões ou soldados, 2 (dois) cavalos, 2 (dois) bispos, 2 (duas) torres, 1 (uma) dama ou rainha e 1 (um) rei, os quais devem ser organizados inicialmente nas duas primeiras linhas 1 e 2 ou 7 e 8 do tabuleiro, de acordo com seu lado. Conforme figura 3, a seguir:

Figura 3

Fonte: Barbosa et al 2016, p. 6

Cada peça possui um movimento específico. O peão movimenta para frente uma casa, mas no primeiro lance, pode andar duas casas; o Cavalo movimenta em forma de L no tabuleiro sempre em 3 casas; o Bispo movimenta em diagonais, não possui limite de casa, o limite é a obstrução por uma outra peça, ou a captura; a Torre movimenta em linhas ou colunas, também não possui limite de casa; a Dama possui o movimento do Bispo e da Torre ao mesmo tempo, linhas, colunas e diagonais sem limites de casa; o Rei movimenta somente uma casa em qualquer direção ao seu redor; o rei nunca pode ser colocado em uma casa em que está sendo atacado por uma peça adversária, conforme figuras 4, a seguir:

Figura 4



Fonte: Elaboração nossa, 2022

O peão apesar de só caminhar em linha reta e somente para frente, seu movimento de captura é nas diagonais, como este não pode voltar ao chegar na última linha do tabuleiro, ele recebe uma promoção, e o jogador pode solicitar a substituição por qualquer outra peça com exceção do rei. No xadrez, a captura de peça se faz tomando o lugar ocupado pela peça adversária.

Cada peça do jogo de xadrez, apresenta um poder de ataque, isso avaliado de acordo com o movimento que elas podem executar em uma jogada, e também de acordo com sua área de ataque e defesa, esses valores serão apresentados na tabela 1, a seguir:

Tabela 1- Valor de ataque das peças do xadrez

Peça	Valor	Justificativa
Peão	1 peão	Movimento reduzido a uma única casa
Bispo e Cavalo	3 peões	São equivalentes em ataque, mas não em movimento, uma dessas peças não consegue dar xeque mate somente com a ajuda do rei.
Torre	5 peões	Movimenta se muito facilmente em linhas e colunas, com o auxílio do rei consegue o xeque mate, sem a necessidade de outra peça.
Dama	9 peões	Possui o movimento combinado da Torre e do Bispo, no entanto por esta em uma única peça seu poder de ataque é um pouco maior.
Rei	Não possui	O xeque mate consiste em que o rei não possui saída, o rei vale todo o jogo por isso não é apresentado um valor específico.

Fonte: elaboração do autor (2022).

Esses valores auxiliam aos jogadores iniciantes, a avaliar uma possibilidade de troca, mas com o aprofundamento no xadrez, aprenderam que as vezes é necessário perder um determinado número de pontos em prol de uma vitória, e que nem sempre vence quem possui o maior número de pontos no tabuleiro, e sim quem consegue uma melhor estratégia para chegar ao xeque mate.

O objetivo do jogo de xadrez, é trabalhar com as peças de forma a colocar o rei adversário em perigo (xeque), quando isso acontece, e o rei adversário não tem saída, temos

xeque mate, o jogador que conseguir isso, é declarado vencedor, independentemente do número de peças no tabuleiro ou do tempo de jogo. Ao final da partida, os jogadores devem novamente se cumprimentar com um aperto de mão, reconhecendo a vitória do adversário.

A seguir apresentaremos algumas regras básicas para o jogo de xadrez, que devem ser observadas no desenvolvimento de uma partida de xadrez:

- As peças brancas sempre começam a partida;
- Os movimentos são alternados entre os jogadores, ficando proibido um jogador realizar dois lances consecutivos;
- As peças não podem saltar as outras, com exceção do cavalo;
- Não é permitido colocar o próprio rei em xeque;
- O rei é a única peça que permanece no jogo do início ao fim de uma partida, além disso, nunca é capturado;
- Peça tocada, é peça movimentada (essa regra pode ser alterada no âmbito escolar);
- Se o jogador realizar três lances impossíveis (irregulares), perde a partida (novamente uma regra que pode ser modificada no âmbito escolar);
- Uma peça não pode ocupar uma casa que já esteja sendo ocupada por outra peça, ao menos que a capture;
- Toda peça capturada deve ser retirada do tabuleiro;
- Um rei tem que ficar uma casa de distância do outro rei, ou seja, não pode ocupar as casas adjacentes em relação ao rei do adversário e vice-versa.

Essas regras são básicas, e devem ser observadas em qualquer ambiente de xadrez, mas isso não impede a inclusão de outras regras no ambiente escolar de acordo com o objetivo traçado pelo professor. Ressaltamos aqui, que essa adaptação não pode desconfigurar o jogo, e que essas adaptações têm que ser consensuais entre os participantes e como forma de alcançar os objetivos

APENDICE B – PRODUTO EDUCACIONAL

Produto Educacional
IFG - PPGECEM/2023

**A Resolução de Problema e o Xadrez no
Ensino de Matemática**

Valdenilton Rodrigues Valadão

Adriana Aparecida Molina Gomes



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Tese | <input type="checkbox"/> Artigo Científico |
| <input type="checkbox"/> Dissertação | <input type="checkbox"/> Capítulo de Livro |
| <input type="checkbox"/> Monografia - Especialização | <input type="checkbox"/> Livro |
| <input type="checkbox"/> TCC - Graduação | <input type="checkbox"/> Trabalho Apresentado em Evento |
| <input checked="" type="checkbox"/> Produto Técnico e Educacional - Tipo: _____ | |

Nome Completo do Autor: Valdenilton Rodrigues Valadão

Matrícula: 20211020280219

Título do Trabalho: A Resolução de Problema e o Xadrez no Ensino de Matemática

Autorização - Marque uma das opções

- Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
- Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ___/___/_____ (Embargo);
- Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2** ou **3**, marque a justificativa:

- O documento está sujeito a registro de patente.
 O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
 Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Documento assinado digitalmente
 WALDEMILTON RODRIGUES VALADÃO
 Data: 18/09/2023 22:23:09-0300
 Verifique em: <https://validar.ifg.gov.br>

Jataí, 20/2023.
 Local Data

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Tese | <input type="checkbox"/> Artigo Científico |
| <input type="checkbox"/> Dissertação | <input type="checkbox"/> Capítulo de Livro |
| <input type="checkbox"/> Monografia - Especialização | <input type="checkbox"/> Livro |
| <input type="checkbox"/> TCC - Graduação | <input type="checkbox"/> Trabalho Apresentado em Evento |
| <input checked="" type="checkbox"/> Produto Técnico e Educacional - Tipo: _____ | |

Nome Completo do Autor: Adriana Aparecida Molina Gomes

Matrícula:

Título do Trabalho: A Resolução de Problema e o Xadrez no Ensino de Matemática

Autorização - Marque uma das opções

- Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
- Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ___/___/___ (Embargo);
- Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2** ou **3**, marque a justificativa:

- O documento está sujeito a registro de patente.
 O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
 Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- obteve autorização de quaisquer materiais incluídos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

 ADRIANA APARECIDA MOLINA GOMES
Data: 25/09/2023 20:17:50 -0300
Verifique em: <https://validar.ifg.gov.br>

Jataí, 22/09/2023.
Local Data

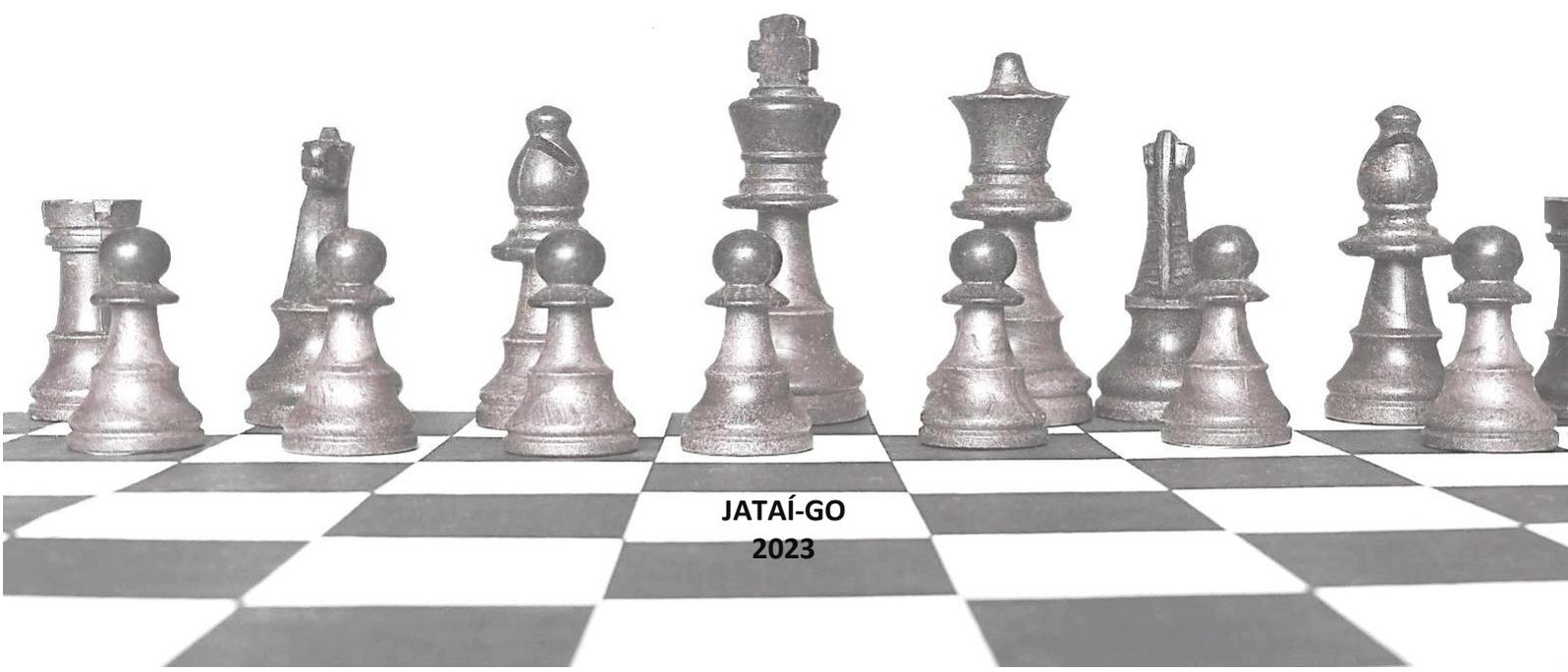
Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

A Resolução de Problema e o Xadrez no Ensino de Matemática

Produto Educacional vinculado a dissertação: O xadrez na perspectiva de resolução de problemas na formação de professores que ensinam matemática

VALDENILTON RODRIGUES VALADÃO

Adriana Aparecida Molina Gomes



Autorizo, para fins de estudo e de pesquisa, a reprodução e a divulgação total ou parcial deste produto educacional, em meio convencional ou eletrônico, desde que a fonte seja citada.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

Valadão, Valdenilton Rodrigues.

A Resolução de Problema e Xadrez no ensino de matemática: Produto Educacional vinculado à dissertação O xadrez na perspectiva de Resolução de Problemas na formação de professores que ensinam matemática [manuscrito] / Valdenilton Rodrigues Valadão; Adriana Aparecida Molina Gomes. -- 2023.

44 f.; il.

Produto Educacional (Mestrado) – Curso de Formação Continuada – IFG – Câmpus Jataí, Programa de Pós – Graduação em Educação para Ciências e Matemática, 2023.

Bibliografias.

1. Jogo de xadrez. 2. Resolução de Problema. 3. Formação de professores. 4. Ensino de matemática. I. Gomes, Adriana Aparecida Molina. II. IFG, Câmpus Jataí. III. Título.



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ

VALDENILTON RODRIGUES VALADÃO

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMA E O XADREZ NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Produto educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação para Ciências e Matemática, defendido e aprovado, em 29 de junho de 2023, pela banca examinadora constituída por: **Prof.ª Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes** - Presidente da banca/Orientadora - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS; **Prof. Dr. Nilton Cezar Ferreira** - Membro Interno - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – IFG e **Prof. Dr. Rogério de Melo Grillo** - Membro Externo - Universidade Federal do Ceará – UFC. A sessão de defesa foi devidamente registrada em ata que depois de assinada foi arquivada no dossiê do aluno.

(assinado eletronicamente)

Prof.ª Dra. Adriana Aparecida Molina Gomes
Presidente da Banca (Orientadora - UFMS)

(assinado eletronicamente)

Prof. Dr. Nilton Cezar Ferreira
Membro Interno (IFG)

(assinado eletronicamente)

Prof. Dr. Rogério de Melo Grillo
Membro Externo (UFC)

Documento assinado eletronicamente por:

- Nilton Cezar Ferreira, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 04/08/2023 15:14:42.
- Rogério de Melo Grillo, Rogério de Melo Grillo - 234515 - Docente de ensino superior na área de pesquisa educacional - Celula (Centro de Estudos Sobre Ludicidade e Lazer) (07272636000131), em 03/08/2023 00:21:40.
- Adriana Aparecida Molina Gomes, Adriana Aparecida Molina Gomes - 234515 - Docente de ensino superior na área de pesquisa educacional - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (15461510000133), em 02/08/2023 22:29:43.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 04/07/2023. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 427127
Código de Autenticação: 41f795c36b



APRESENTAÇÃO

O produto educacional consiste em um curso de formação continuada de professores, criado no ano de 2022, no curso de Mestrado Profissional Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Goiás, *Campus* Jataí. Ele integrou a pesquisa, cuja problemática foi: **de que modo um curso, voltado à prática pedagógica com o xadrez na perspectiva da Resolução de Problemas, pode contribuir na formação continuada de professores que ensinam matemática?**

Para responder a esta questão, foi desenvolvido um curso de forma semipresencial, abordando a Resolução de Problema e o Xadrez no ensino de matemática, o qual teve duração de 120 horas, distribuídas em 40 horas de atividades presenciais organizadas em 8 encontros semanais de 5 horas cada, e 80 horas de atividades assíncronas, na plataforma *Google classroom*, (<https://classroom.google.com/c/Ndc2NjQzMTY0MTQ2?cjc=jwu6v2t>), as quais foram destinadas para estudos individuais, resolução de atividades da sala virtual, elaboração e aplicação de atividades em sala de aula.

O curso foi direcionado a professores que ensinam matemática, atuantes em sala de aula na cidade de Doverlândia-GO. Foi feito um convite, via meios de comunicação (*e-mail*, ligações e/ou *whatsapp*) para selecionar os participantes. A princípio foram inscritos dez professores, mas, por problemas de ordem pessoais, alguns precisaram desistir, sendo o curso finalizado com sete participantes.

Nos encontros presenciais, foram priorizadas atividades pedagógicas práticas, que possibilitassem aos professores relacionarem a teoria e a prática de sala de aula. Na parte assíncrona, foram estudados a teoria acerca da Resolução de Problema, desde a heurística de Pólya até a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação Matemática através da Resolução de Problema, desenvolvida pelo Grupo de Estudo em Resolução de Problema (GTERP), da Unesp Rio Claro; a utilização de jogos no ensino de Matemática; e os aspectos históricos e aplicações pedagógicas do jogo de xadrez no ensino de matemática.

Esperamos que este trabalho possa contribuir com a prática de professores e pesquisadores que tenham interesse nessa temática.

Resolução de Problema e o Jogo

Para que se tenha uma educação capaz de levar o aluno a compreender o presente e prepará-lo para a atuação futura, cumpre associar o seu cotidiano aos conteúdos estudados na sala de aula. É preciso dar sentidos e significados a estes, manter o interesse para o aprender, adotar uma postura mais freiriana, lançar mão de metodologias capazes de incluir o educando no processo de construção do conhecimento.

De acordo com Moleta (2013), num artigo publicado no caderno de atividades do Paraná, intitulado “Os Desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE artigos”, a resolução de problema é uma alternativa interessante por possibilitar a apropriação e a significação dos conceitos matemáticos, bem como por aproximar, através de construções de problemas significativos, a matemática da sala de aula à matemática da vida dos alunos, o que pode despertar o gosto pelo aprendizado.

Moleta (2013) defende que a utilização de jogos nos anos finais do Ensino Fundamental é uma metodologia que facilita a aplicação de conceitos matemáticos nos diversos campos da disciplina, pois viabiliza desenvolver habilidades inerentes do cotidiano almejadas pelo ensino da matemática.

Grando (2000) reforça que o jogo, quando bem conduzido, é uma excelente ferramenta para desenvolver



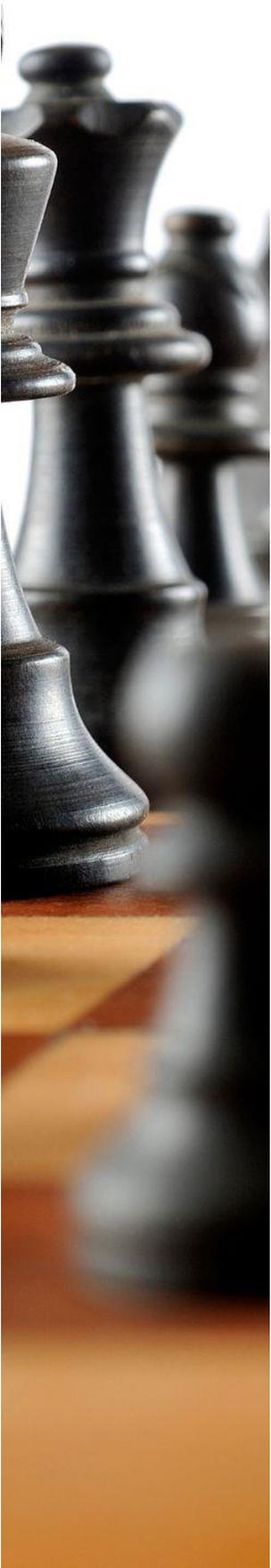
habilidades, já que permite discutir ideias, valendo-se de situações vivenciadas durante o seu desenvolvimento.

Comungando com os ideais de utilização do jogo defendida por Grandó (2000), a DC-GO (GOIÁS, 2019, p. 662) afirma que “Recursos didáticos como jogos, [são importantes] [...]. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão.”

Grandó (2000) ressalta que a utilização do jogo na educação proporciona ambientes de aprendizagem que favorecem o desenvolvimento social e intelectual, portanto é necessário oportunizar “situações que propiciem à criança uma reflexão e análise do seu próprio raciocínio, que esteja ‘fora’ do objeto, nos níveis já representativos, necessitam ser valorizadas no processo de ensino aprendizagem da Matemática” (GRANDÓ, 2000, p. 44, grifo do autor).

Em vista desses pressupostos, sentimo-nos motivados a propor o jogo como alternativa para trabalhar com conceitos matemáticos com intuito de desenvolver habilidades, interações, coletividade, criticidade, componentes essenciais na vida de qualquer cidadão.

A seguir, apresentaremos o xadrez como sendo uma perspectiva de jogo para se trabalhar com a matemática na formação de professores que ensinam essa disciplina na educação básica.



O xadrez e a matemática

O xadrez teve início há cerca de 1500 anos, na Índia, com suas raízes no jogo chamado Chaturanga, conforme estudos apresentados por Silva (2010). E para chegar na forma que conhecemos hoje, muito tem evoluído. O jogo se espalhou pelo mundo, inicialmente por intermédio das guerras. Devido às suas características intelectuais, teve boa aceitação por onde chegava. Durante a Idade Média, o jogo era considerado o jogo dos reis e o rei dos jogos, neste período passou por algumas transformações até hoje.

O fato de esse jogo ser cada vez mais popular e envolver habilidades intelectuais tem despertado o interesse de matemáticos há muitos anos. De acordo com Almeida (2010), grandes matemáticos como Gauss (1777-1855) e Euler (1707-1783) têm se interessado em explorar os problemas matemáticos presentes no jogo de xadrez, estudando, por 64 casas do tabuleiro sem repetições, ou ainda, como colocar 8 rainhas ao mesmo tempo no tabuleiro sem que uma interfira na área de ataque da outra.

O xadrez no ambiente escolar, de acordo com Grillo (2012), está organizado em duas categorias: o xadrez como treinamento e o xadrez como passatempo. Como *treinamento* é quando os professores, que utilizam essa categoria, acreditam que ele deve ser trabalhado de forma a promover a vitória. Então, para tanto, utilizam-se de livros de xadrez, repetem partidas de grandes jogadores, seguem



à risca os manuais de treinamento, em suas regras e táticas. Já como passatempo, é quando os que utilizam esta categoria acreditam que o jogo tem a capacidade de, por si só, desenvolver no aluno habilidades, ou seja, eles acham que o simples fato de jogá-lo já será suficiente para o aluno adquirir certas habilidades, como se fosse uma ginástica para o cérebro.

Entretanto, essas categorias, mesmo com objetivos bem definidos, ambas não se enquadram no que Grillo (2012) considera como uma “*concepção pedagógica*” do jogo. Para Grillo (2012) e Grandó (2000), o que leva um jogo convencional para o âmbito do pedagógico é a mediação intencional do professor, através do planejamento e das orientações para que essa atividade não perca seu caráter educativo.

Essa preocupação em relacionar o xadrez com a matemática, no sentido de produzir conhecimento significativo ao qual Grillo (2012) se refere, vem ao encontro das constatações de Almeida (2010, p. 41), para quem o jogo de xadrez no ensino de matemática requer dos jogadores “tomadas de decisões, raciocínio lógico e a possibilidade de aprendizagem através dos erros, situações encontradas em problemas matemáticos”.

Em sendo assim, Grillo (2012) propõe uma terceira categoria, a *concepção pedagógica*, com um olhar voltado não para os aspectos técnicos da matemática em relação ao xadrez, mas sim, em uma perspectiva de resolução de

problema. Problemas dinâmicos, passíveis de mediação por parte do professor, com finalidade de desenvolver estratégias próprias, lidar com as situações de conflito encontradas a cada lance, ao jogar uma partida de xadrez e nas estratégias de jogos pré-enxadrísticos.

As diretrizes curriculares de Goiás (DC-GO) (GOIÁS, 2019, p. 662) indicam o jogo de xadrez, ponderando que ele auxilia a “tomada de decisão, o planejamento, o gerenciamento de recursos, a resolução de problemas, a compreensão e aceitação de regras pelos estudantes, a autonomia e o pensamento lógico, possibilitando a mobilização de conhecimentos prévios”).

Portanto, essa é a concepção de utilização do xadrez na sala de aula, sobre a qual pretendemos desenvolver esta pesquisa, conscientes de que é uma atividade complexa. Assim, pretendemos relacionar os aspectos do jogo do xadrez, como regras, estratégias, movimento das peças, posição das peças no tabuleiro e contagem de pontos, aos elementos cognitivos dos componentes curriculares de matemática e outras áreas do conhecimento, de forma a desenvolver um aprendizado significativo.

O professor de matemática: uso do xadrez e a resolução de problemas

A formação inicial de professores tem se mostrado ineficiente para prepará-los para atuar em sala de aula.



Pouco conhecimento e ferramenta têm lhes sido oferecidos para aproximar os conceitos da realidade dos educandos. Moreira e David (2005) pontuam que, por conta disso, apenas a formação acadêmica não tem sido suficiente, daí a relevância de uma formação complementar com o foco na realidade e na necessidade do docente.

Uma alternativa para o ensino de matemática, como forma de transformação no cenário educacional e social, pode ser a utilização de jogos, em especial, os de estratégias. Grando (2000) define jogos de estratégias como aqueles em que há uma disputa entre no mínimo duas pessoas e que a ação de uma remete a uma resposta do seu adversário. Cada um com sua estratégia, sem qualquer influência do fator sorte. E o xadrez representa este tipo de jogo, uma vez que, durante uma partida, cada lance de um jogador desencadeia várias possibilidades de resposta, cabendo ao jogador definir a melhor resposta ao lance.

Trabalhos, como os de Silva (2010), Almeida (2010) e Grillo (2012), contribuem para a formação de professores, já que propõem a utilização do jogo de xadrez como forma de dinamizar o ensino de matemática.

Em si tratando das possibilidades de uso do xadrez como atividade educacional, Silva (2010, p. 19) defende que

o jogo de xadrez é uma forma de proporcionar aos alunos um maior desenvolvimento intelectual e social e, conseqüentemente, a cooperação e o desenvolvimento pessoal. Neste sentido, o ensino do xadrez vai além do próprio jogo, na medida que passa ser um suporte pedagógico, capaz de



colaborar com a formação pessoal, social e acadêmica dos alunos, buscando, dentre outros elementos, estabelecer relações entre o próprio jogo com o currículo das escolas.

Indo além do que destaca Silva (2010), Grillo (2012, p. 53) complementa:

a partir do jogo [de xadrez], no qual não se tem um conhecimento produzido a priori, mas um conhecimento que vai sendo produzido e ressignificado, validado ou refutado, ou seja, uma produção matemática dinâmica que está em movimento, partindo do ato de jogar e explorar pedagogicamente as potencialidades a partir do jogo.

Para tanto, o conhecimento matemático resultante do jogo de xadrez nos remete à Resolução de Problema, através do movimento de construir o conhecimento por meio de análise de situações-problema desencadeadas em cada jogada, por meio das constantes tomadas de decisões, sejam elas certas ou erradas. Essa matemática difere da matemática de fórmulas, demonstrações e axiomas, constantemente priorizada no âmbito escolar.

Para Grillo (2005, p. 3, grifos do autor), o xadrez e a resolução de problemas são convergentes no desenvolvimento de habilidades para a aprendizagem matemática, uma vez que,

no xadrez, o aluno é estimulado a pensar estrategicamente, por este motivo ele deve decidir por si, saber raciocinar e jogar individualmente mostrando autonomia ou até mesmo jogar coletivamente, isto se caso a atividade for realizada em grupo. Por exemplo, o aluno durante uma determinada partida está com uma peça "ameaçando" outras duas de seu adversário, uma de



maior valor e outra de menor, neste instante ele está diante de um problema: "qual peça capturar"?

O jogador terá que enfrentar as consequências de sua jogada, quaisquer que sejam elas, certas ou erradas. Por exemplo, caso ele opte por capturar a peça de menor valor, fugindo da lógica do jogo, em seguida serão cobradas dele as consequências dessa escolha, pela qual ele próprio decidiu, fator importante na construção de sua autonomia. Erros cometidos durante uma partida servem de instrumentos de investigação para melhorar sua prática. Analisar as possibilidades, criar novas estratégias, desenvolve a capacidade de pensar criticamente, habilidades necessárias para resolver novos problemas, seja na escola seja na sua vida social.

O desenvolvimento de habilidades desencadeadas a partir do jogo de xadrez condiz com o proposto pela BNCC (BRASIL, 2018, p. 264):

Letramento Matemático [...] “a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.”

Desenvolver atividades capazes de levar o educando a construir seu próprio conhecimento de forma racional e consciente vem se tornando a cada dia mais difícil, uma vez

que o educando, dia a dia, mostra-se desconcentrado e desmotivado, em relação aos assuntos escolares, provavelmente por ele fazer parte de uma sociedade cada vez mais dinâmica, em que as informações estão a um toque no celular ou computador, e a escola não tem acompanhado esse ritmo.

Como alternativa para conseguir despertar nestes educandos o interesse pelo aprendizado em matemática, o jogo de xadrez se configura como um caminho promissor para dinamizar as atividades de ensino, pois, além de ser uma atividade dinâmica, ele alavanca a compreensão de buscar alternativas para resolver problemas diversos. Sendo assim, o ensino de matemática se torna mais reflexivo, menos sistemático, tornando a aprendizagem dinâmica pelo movimento de troca entre os jogadores.

Em se tratando de um jogo de estratégia, Grando (2000, p. 40) afirma que esses tipos de jogo

favorecem a construção e a verificação de hipóteses. As possibilidades de jogo são construídas a partir destas hipóteses que vão sendo elaboradas pelos sujeitos. Quando o sujeito executa uma jogada, leva em conta o universo das possibilidades existentes para aquela jogada. Nesse processo, quanto mais o sujeito analisa, executa e toma decisões sobre as possibilidades, coordenando as informações que ele vai obtendo no jogo, melhor jogador ele se torna, pois é capaz de “enxergar” as várias possibilidades. A análise de possibilidades favorece, também, a previsão e/ou antecipação no jogo.

Para Grillo (2009), o xadrez está diretamente ligado à resolução de problema, uma vez que o aluno precisa buscar estratégias para solucionar as situações postas pelo jogo.



Portanto, como muito bem apontam Grillo (2009) e Grandó (2000), o xadrez favorece enfrentar inúmeros desafios, desenvolver a análise, criar estratégias próprias. Enfim, este jogo está diretamente associado à metodologia Resolução de Problema.

Grandó (2000), baseada na relação feita por Corbalán (1996) entre os jogos de estratégias e a resolução de problemas, propõe utilizar os quatro pilares da Resolução de Problemas, apontado por Pólya (compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e avaliação dos resultados), para definir quatro etapas para elaborar as estratégias no jogo.

- a) Familiarização com o jogo.
- b) Exploração inicial: procura de estratégias de resolução.
- c) Aplicação da estratégia: seleção de posições ganhadoras, validação das conjecturas, etc.
- d) Reflexão sobre o processo desencadeado.

A autora reflete ainda que, ao trabalhar o jogo numa perspectiva de resolução de problema, não há uma linearidade entre as etapas, visto que a compreensão do problema pode ocorrer após a execução e a avaliação de muitas outras jogadas (GRANDÓ, 2000, p. 33).

Como forma de melhor compreender as relações existentes entre o jogo de xadrez e a resolução de



problemas, Grillo (2009), de forma semelhante, utiliza as cinco fases da resolução de problema, definidas por Dewey (1979), e o plano de jogo, sugerindo cinco etapas para desenvolver as estratégias no jogo de xadrez;

- 1- Reconhecimento da situação: o aluno faz uma breve análise das posições no tabuleiro;
- 2- Avaliação da situação: ele examina a situação material, posicional e leva em consideração as ameaças: como um ataque ou um possível contra-ataque;
- 3- Levantamento de hipóteses: é o momento no qual o aluno levanta hipóteses, buscando soluções e diferentes variações para quaisquer situações-problema;
- 4- Análise das consequências: é a análise das hipóteses levantadas, em que o aluno começa a rejeitar possíveis lances e seleciona a melhor alternativa; aqui ele reinvestiga o mesmo lance várias vezes;
- 5- Tomada de decisão: momento pelo qual o aluno, após selecionar a melhor alternativa, coloca em prática sua estratégia visando à resolução do problema. (GRILLO, 2009, p. 5).

A partir das contribuições de Grillo (2009, 2012), Grandó (2000) e Silva (2010), fica evidente que o xadrez é uma valiosa ferramenta, capaz de dinamizar o ensino de matemática, ao possibilitar desenvolver a análise, as estratégias, a tomada de decisão e a capacidade de concentração para resolver problema.

Desenvolvimento do curso

O curso foi direcionado a professores que ensinam matemática, atuantes em sala de aula na cidade de Doverlândia-GO. Dessa forma, foi feito um convite, via

meios de comunicação (*e-mail*, ligações e/ou *whatsapp*) para selecionar os participantes. Foram disponibilizadas dez vagas, que, de início, foram todas preenchidas, mas, no decorrer do curso, por problemas pessoais, houve três desistências, finalizando com sete professores cursistas.

O curso teve duração de nove semanas, com atividades presenciais em encontros de cinco horas cada, que ocorreram às quartas-feiras. E as atividades não presenciais na sala virtual aconteceram todas as segundas-feiras, quando foram disponibilizados o material de leitura obrigatória e as atividades, cujas respostas os cursistas deveriam postar, abrindo-se possibilidades de esclarecimento de dúvidas e trocas nos fóruns da sala virtual.

Desta forma, o curso foi estruturado em quatro etapas, cada qual com uma temática específica, voltada para o aprimoramento da prática pedagógica, com o foco em respondermos à nossa questão de pesquisa: “De de que modo um curso, voltado à prática pedagógica com o xadrez na perspectiva da Resolução de Problemas, pode contribuir na formação continuada de professores que ensinam matemática?”

- 1.ª Etapa - Resolução de Problema: conceitos de resolução de problema, segundo Onuchic (2013). Problemas com o uso do xadrez. (presencial).



- 2.ª Etapa - Introdução ao xadrez: elementos do xadrez, movimento das peças, aberturas, finalizações, xadrez por pontos, mate em um, lances especiais e anotações. (presencial)
- 3.ª Etapa – Xadrez e a matemática: a matemática presente no xadrez em situações de jogo. (presencial)
- 4.ª Etapa – Elaboração de atividades com o uso do xadrez e a matemática. (presencial/extraclasse)

Além das atividades presenciais, foram disponibilizadas na sala virtual leituras complementares obrigatórias, direcionadas a embasar a parte teórica acerca de Resolução de Problema, Jogos na Sala de Aula, o xadrez e a matemática.

Descrição das atividades por etapas

1.ª Etapa: **Resolução de Problema**

Cronograma: Duração de dois encontros de cinco horas-aula cada.

Objetivos:

- Compreender a Resolução de Problema, aspectos históricos, concepções e definições.
- Reconhecer as etapas propostas por Onuchic e Allevalo (2011) para desenvolver uma atividade através da Resolução de Problema.
- Capacitar o professor para o exercício da metodologia de ensino da matemática, “*Resolução*

de Problemas", para ela ser incorporada em sua prática de sala de aula.

Desenvolvimento:

Primeiro momento/encontro: apresentação de *slides*: teorias de aprendizagens, histórico da Resolução de Problema, com base em Onuchic (2013) e Ferreira (2017).

Socialização do texto: "Resolução de Problema na formação de professores (Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE)", de Lopes e Coelho Neto (2014), disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uenp_mat_artigo_fatima_aparecida_lopes.pdf

Anotações



Ao terminar o 1.º encontro, não se esqueça de registrar os pontos principais e suas dúvidas.

Leitura Complementar

“Resolução, Exploração e Proposição de Problemas nos anos iniciais do ensino fundamental: contribuições para o ensino e aprendizagem da combinatória”, de Santos e Andrade (2020). Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/293/pdf>

Obs.: A leitura complementar, que faz parte da complementação da carga horária como atividades de estudo, tem como objetivo complementar e aprofundar o conhecimento sobre o tema da etapa.

Segundo momento/encontro: apresentação de dois problemas com o intuito de levar os cursistas a perceberem, na prática, o desenvolvimento de uma atividade de ensino por meio da resolução de problemas.

Atividades

Um bolo na forma de um cubo foi colocado num grande pote cheio de chantilly. O bolo foi retirado com todas as faces cobertas de chantilly e, depois, foi cortado em pequenos cubos iguais, de modo que:

- 1) cada pessoa presente recebesse um só pedaço;
- 2) número de pedaços cobertos de chantilly em três faces é $\frac{1}{8}$ do número de pedaços sem nenhum chantilly.

Quantas pessoas receberam pedaços de bolo, tendo chantilly em três faces? Em exatamente duas faces? Em nenhuma face?

Fonte: <https://igce.rc.unesp.br/#!/departamentos/educacao-matematica/gterp/problemas/um-bolo-na-forma-de-um-cubo-foi-colocado-num-grande-pote-cheio-de-chantilly-o-bolo-foi-retirado-com/>
Acesso: jan de 2022.

Primeiro problema

1.º passo: entregar para os cursistas uma cópia do problema e solicitar que todos o leiam com atenção, certificando-se de que todos compreenderam corretamente o problema. Caso haja alguma dúvida, ela deve ser esclarecida pelo professor mediador.

2.º passo: elaborar um plano de resolução, utilizando operações e conhecimentos anteriores.

3º passo: executar o plano, utilizando estratégias próprias capazes de resolver o problema, relacionar com outros problemas já resolvidos, recorrer a problemas auxiliares.

4º passo: observar e incentivar, verificar como os cursistas estão resolvendo o problema. Caso seja necessário, fazer alguns questionamentos, como por exemplo: sobre que conteúdos relaciona esse problema? Qual seria a medida dos lados desse bolo?

5º passo: solicitar o registro das resoluções por escrito, sejam elas certas ou erradas, e colocar no quadro para que todos os cursistas tenham a oportunidade de acompanhar a resolução.

Anotações



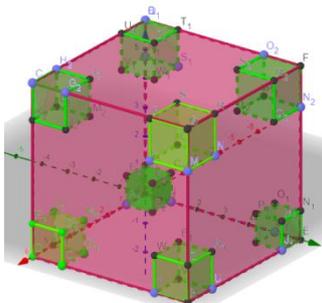
6º passo: realizar a plenária. Depois de apresentar as soluções é hora de discutir as diferentes resoluções.

7º passo: chegar ao consenso sobre a resolução mais adequada para o problema.

8º passo: apresentar a solução formal. Nesse momento, o professor indica a solução, enunciando os conceitos e os princípios constituídos através da Resolução de Problema, construção do conhecimento formal e padronizada matematicamente.

Resolução

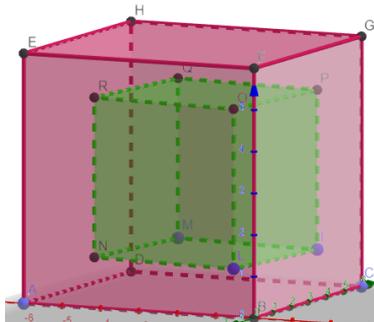
Como os pedaços que possuem três faces com chantilly correspondem a $1/8$ dos pedaços que não possuem chantilly em se tratando de um cubo, somente os vértices desse cubo terão três faces cobertas que correspondem. Como mostra a figura são oito pedaços.



Com isso, temos que calcular que 8 corresponde a $1/8$ de que número. Por proporcionalidade, temos que

$$\frac{1}{8u^3} = \frac{8}{n} \Leftrightarrow n = 64u^3$$

Como esses $64u^3$ não possuem cobertura, isso significa que eles formam um cubo interno ao cubo maior, como vemos na ilustração:



Isso levará às medidas dos lados desse cubo interno, lembrando o cálculo do volume de um cubo $V = l^3$ logo $64u^3 = l^3 \Leftrightarrow l = 4u$.

Por conclusão, temos que o bolo foi dividido em $4u + u + u = 6u$. Cada face do bolo foi dividida em $6u$, o que nos leva ao total de pedaços em que foi dividido o bolo que é $V = (6u)^3 \Leftrightarrow V = 216u^3$.

O número de pedaços que terá duas faces cobertas com chantilly são os pedaços que estão nas arestas do bolo menos as dos vértices que são cobertas em três faces. Como o cubo possui 12 arestas, e cada aresta é ligada por dois vértices, temos $12 \cdot (6u - 2u) \Leftrightarrow 48u$ que correspondem ao número de pedaços que receberam cobertura em duas faces.

Os pedaços que receberam cobertura em uma única face são os que ficam nas partes internas das faces menos os das arestas. Como são 6

faces, temos $6 \cdot (6u - 2u) \cdot (6u - 2u) \Leftrightarrow 96u$ que correspondem a soma das áreas das face com cobertura em apenas um lado.

Respondendo, então, temos que: $8u$ receberam cobertura em três faces.

$48u$ receberam cobertura em duas faces

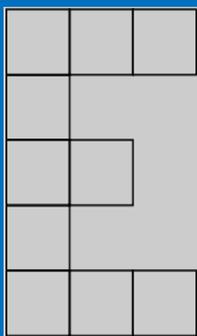
$64u$ não receberam cobertura

96 receberam cobertura em apenas uma face.

Podemos concluir ainda que eram 216 convidados.

Segundo problema

A letra E, na figura abaixo, é formada por dez unidades quadradas. Corte essa figura em quatro partes que possam ser rearranjadas formando um quadrado.



Fonte: <https://igce.rc.unesp.br/#!/departamentos/educacaomatematica/gterp/problemas/problema-da-letra-e/>

1.º passo: entregar para os cursistas três cópias da figura, solicitar que façam a leitura com atenção e que utilizem as cópias para resolver o problema.

2.º passo: elaborar um plano de resolução, utilizando operações e conhecimentos anteriores.

3.º passo; executar o plano, utilizando estratégias próprias capazes de resolver o problema, relacionar com outros problemas já resolvidos, recorrer a problemas auxiliares.

4.º passo: observar e incentivar, verificar como os cursistas estão resolvendo o problema. Caso seja necessário, fazer alguns questionamentos, tais como: *sobre que conteúdos relaciona esse problema? Qual seria a medida dos lados dessa figura a ser organizada?*

5.º passo: solicitar o registro das resoluções por escrito, sejam elas certas ou erradas, e colocar no quadro para que todos os cursistas tenham a oportunidade de acompanhar a resolução.

Anotações



6.º passo: realizar a plenária. Depois de apresentar as soluções, é hora de discutir as diferentes resoluções.

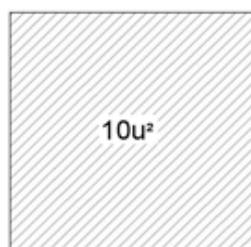
7.º passo: chegar ao consenso sobre a resolução mais adequada para o problema.

8.º passo: apresentar a solução formal. Neste momento o professor indica a solução, enunciando os conceitos e os princípios constituídos através da Resolução de Problema, construção do conhecimento formal e padronizada matematicamente.

No caso deste problema:

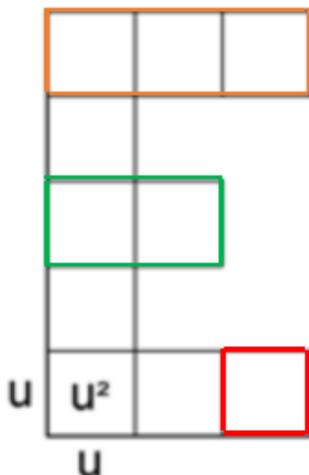
Resolução

Como temos 10 quadrados de área igual u^2

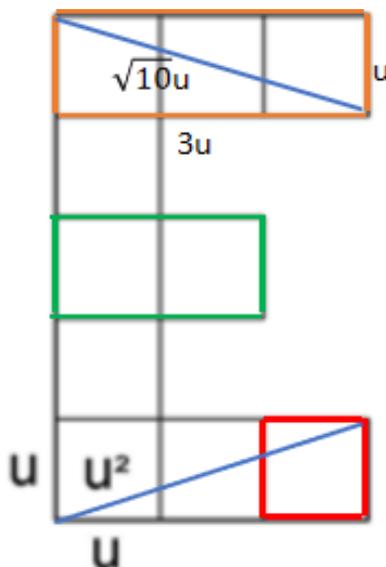


Área do quadro é $l \times l = l^2$. Temos que $l^2 = 10u^2$, com isso $l = \sqrt{10}u$.

Podemos verificar que a figura é composta por retângulos $3u \times u$, $2u \times u$ e $u \times u$.

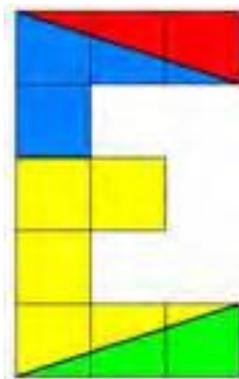


Relembrando o Teorema de Pitágoras, temos no retângulo $3u$ e u , podemos encontrar sua diagonal $d^2 = (3u)^2 + u^2 \rightarrow d = \sqrt{9u^2 + u^2} \rightarrow d = \sqrt{10}u$.

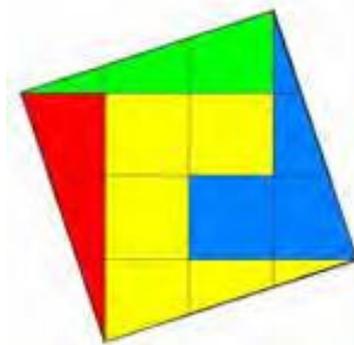


Com isso, encontramos o lado do quadrado. Podemos fazer o mesmo com o outro triângulo $3u \times u$. Assim, obteremos os quatro lados do quadrado, e teremos três partes, falta uma.

Fazendo mais um corte, temos:



Agora é só montar o quebra-cabeça. E teremos um quadrado perfeito.



2.^a etapa: **Iniciação ao xadrez**

Cronograma:

Duração de três encontros de cinco horas-aulas cada.

Objetivos:

- Identificar o movimento das peças do jogo de xadrez.
- Reconhecer situações de xeque, xeque-mate, afogamento do rei.
- Realizar com compreensão os movimentos iniciais e as finalizações no jogo de xadrez.
- Realizar e reconhecer jogadas especiais, como roque e *en passant*.
- Analisar os conhecimentos dos professores acerca dos Jogos no ensino de matemática, principalmente o xadrez.

Desenvolvimento:

Primeiro momento/encontro: apresentação dos *slides*: Aspectos históricos do xadrez, introdução ao xadrez pedagógico na concepção de Grillo (2012).

- Apresentação de *slides*: introdução aos elementos do xadrez, movimento das peças, aberturas e finalizações.

Atividades

Jogos pré-enxadrísticos

Batalha de peões: como jogar:

1. Joga-se em um tabuleiro de 64 casas (8x8).
2. Cada jogador possui oito peões que são arranjados como em suas posições original do xadrez.
3. O jogador com as brancas inicia o jogo, sendo que o peão pode se movimentar como o similar do xadrez, mas sem a captura *En Passant*.
4. Ganha a partida àquele que fizer um peão chegar do outro lado do tabuleiro, ou aquele que deixar o adversário sem movimento possível.

Observações: Este jogo visa exercitar o movimento do peão. Sua prática possibilita um melhor domínio do movimento, captura e promoção do peão. Em uma variação deste jogo para um grau de dificuldade menor, pode-se usar uma batalha com quatro peões em cada lado.

Cavalos contra peões: como jogar.

1. Utiliza-se um tabuleiro de 25 casas (5x5).
2. O jogador das brancas inicia com dois cavalos; e o jogador das negras, com cinco peões, que são arrumados com os cavalos brancos nas casas; b1 e d1 e os peões nas casas a5, b5, c5, d5, e5.
3. As brancas iniciam, e os peões andam de uma em uma casa.
4. O jogador das brancas vence se capturar os peões.
5. A vitória será das pretas, se um peão atravessar o tabuleiro, desde que não seja capturado.

Observações: Apesar de este jogo apresentar um grau de complexidade maior, ele mostra-se muito eficiente no treino do movimento do cavalo, do peão e da captura.

Este jogo pode ser adaptado para bispo e peões, torres e peões ou dama e peões. Eles servem para fixar o movimento das peças, além de auxiliar no raciocínio e no desenvolvimento de estratégias de jogo.

Leitura Complementar

Cap II, “O jogo na Educação: aspectos didático-metodológicos do jogo na Educação Matemática”, de Grandó (2000).

Anotações



Segundo momento/encontro: desenvolvimento do jogo de xadrez, xadrez por pontos, mate em um, lances especiais e anotações.

Xadrez por pontos: como jogar.

1- Cada peça possui um valor de ataque, diferente, de acordo com a força das peças. Um peão vale um ponto, um cavalo ou bispo vale três pontos, uma torre vale cinco pontos e uma dama vale nove pontos.

O rei é a única peça que não tem valor estimado em pontos. Isso porque o rei não pode ser capturado (um rei atacado está em [xeque](#)) e também porque dar xeque-mate no rei é o objetivo de qualquer partida de xadrez.

2- A cargo do professor mediador, pode ser estipulado um tempo para o fim da partida, ou ainda estabelecer um total de pontos para que, após atingir esse número, o jogador seja declarado vencedor.

3- Joga-se com todas as peças do jogo, nas posições de início de jogo.

4- Não possui a necessidade de dar xeque-mate, pois a partida termina de acordo com o combinado no início do jogo.

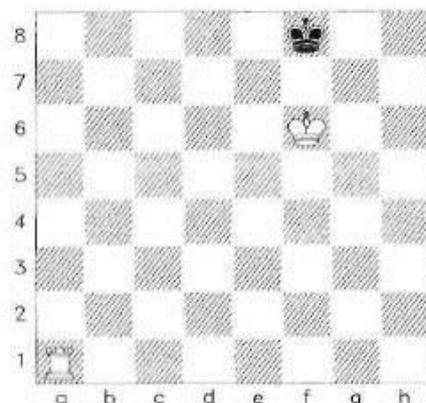
Observação: Este jogo é importante para que os jogadores se familiarizem com o jogo propriamente dito, movimentos e estratégias.

Xeque-mate em um lance.

O jogo consiste em identificar o lance a ser jogado, de forma que pode ser dado o xeque-mate em um único lance. Podem ser organizadas as peças no tabuleiro ou podem ser usados recortes de situações de jogo para identificar o lance final.

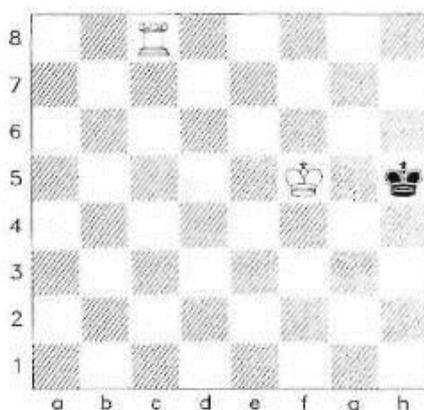
Atividades

Branças jogam e dão xeque-mate em 1 lance. Brancas: Rf6, Ta1 Pretas: Rf8



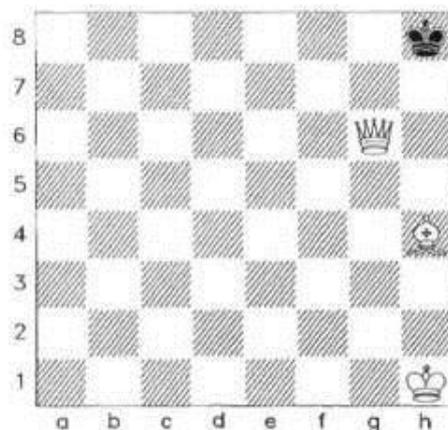
Fonte: Silva (1999)

Branças jogam e dão xeque-mate em 1 lance. Brancas: Rf5, Tc8 Pretas: Rh5



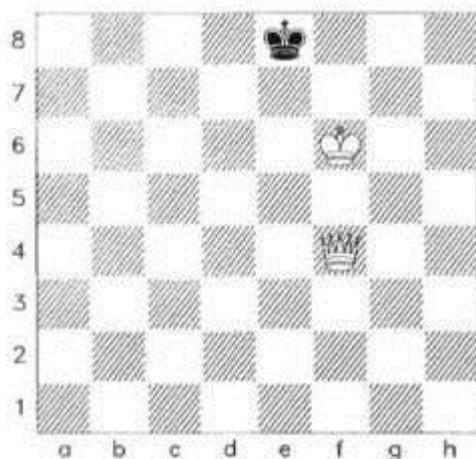
Fonte: Silva (1999)

As brancas dão xeque-mate em um único lance. Brancas: Rh1, Dg6, Bh4
 Pretas: Rh8



Fonte: Silva (1999)

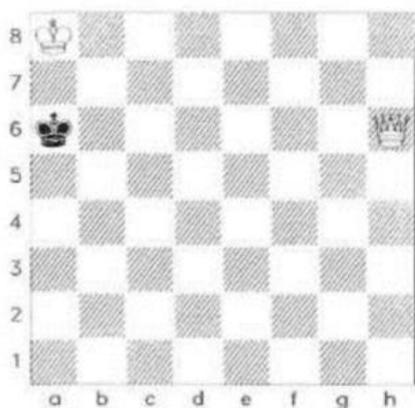
As brancas forçam xeque-mate em dois lances, como?



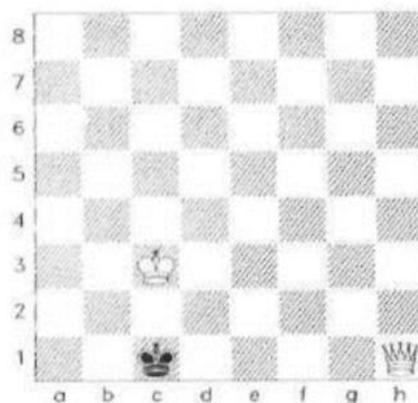
Fonte: Silva (1999)

Nas posições a seguir, dizer se o rei preto se encontra em xeque, xeque-mate ou afogado.

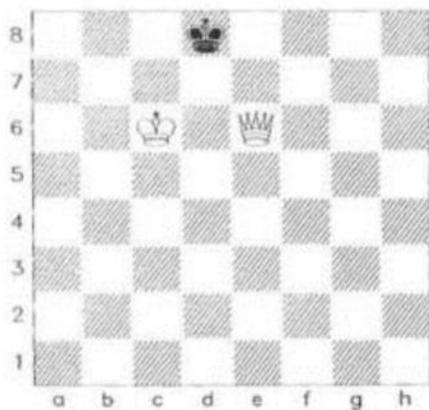
a) Brancas: Ra8, Dh6 Pretas: Ra6



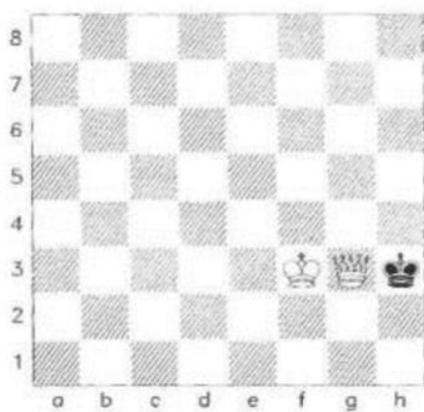
b) Brancas: Rc3, Dh1 Pretas: Rc1



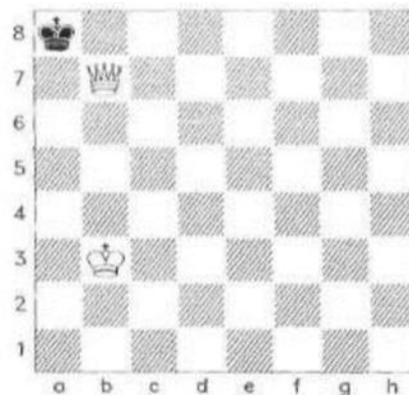
c) Brancas: Rc6, De6 Pretas: Rd8



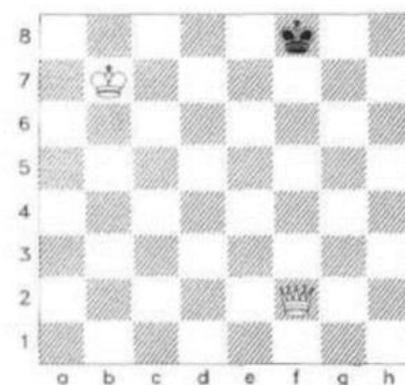
d) Brancas: Rf3, Dg3 Pretas: Rh3



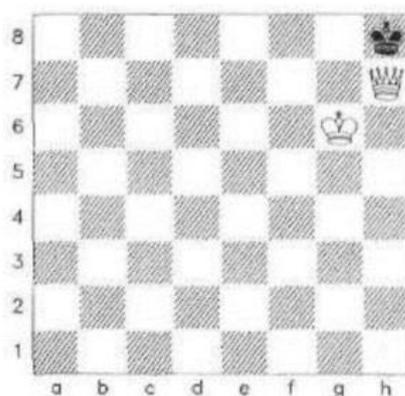
e) Brancas: Rb3, Db7 Pretas: Ra8



f) Brancas: Rb7, Df2 Pretas: Rf8



g) Brancas: Rg6, Dh7 Pretas: Rh8



Fonte: Silva (1999)

Leitura Complementar

Leitura Complementar: Livro: *Meu primeiro livro de xadrez*, de Silva (1999)

Anotações



Terceiro momento/encontro: - Apresentação de *slides*: Apps. de xadrez para jogar *on-line* e *off-line*. Chess.com

Após a apresentação, os cursistas se cadastraram no App, em seguida jogaram entre si e depois com adversários selecionados pelo App, quando tiveram a oportunidade de participar de batalhas de problemas disponíveis no App.

3.^a Etapa: **O xadrez e a matemática**

Cronograma:

Duração de dois encontros de cinco horas-aulas cada.

Objetivos:

- Identificar na Resolução de Problema e no uso do jogo de Xadrez possibilidades para ensinar conceitos matemáticos.

- Auxiliar os professores na elaboração e na construção de atividades que envolvam a Resolução de Problemas a partir do uso de xadrez.

Atividades

Atividade 1- Relacionar o movimento das peças com coordenadas no plano cartesiano

Localização de peças no tabuleiro e de pontos no plano cartesiano

1) Escreva a localização das peças utilizando letras e números. Observe o exemplo:



Rei preto: **e8**

Rei branco: _____

Dama preta: _____

Dama branca: _____

Torre preta: _____

Torre branca: _____

Bispo preto: _____

Bispo branco: _____

Cavalo preto: _____

Cavalo branco: _____

2) Escreva qual peça está na casa indicada. Veja o exemplo:



Casa b7: Peão preto

Casa c4: _____

Casa a1: _____

Casa d7: _____

Casa e4: _____

Casa g4: _____

Casa e8: _____

Casa g8: _____

3) Encontre em qual casa cada peça está localizada. A primeira já está resolvida.



Rei preto: **e8**

Rei branco: _____

Dama preta: _____

Dama branca: _____

Torre preta: _____

Torre branca: _____

Bispo preto: _____

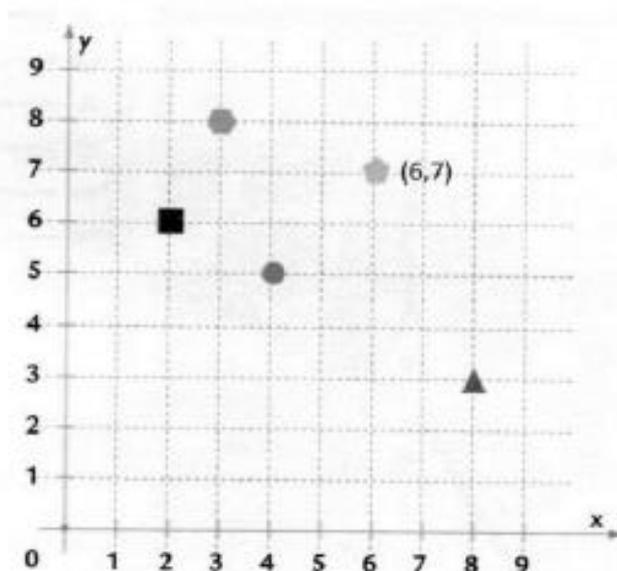
Bispo branco: _____

Cavalo preto: _____

Cavalo branco: _____

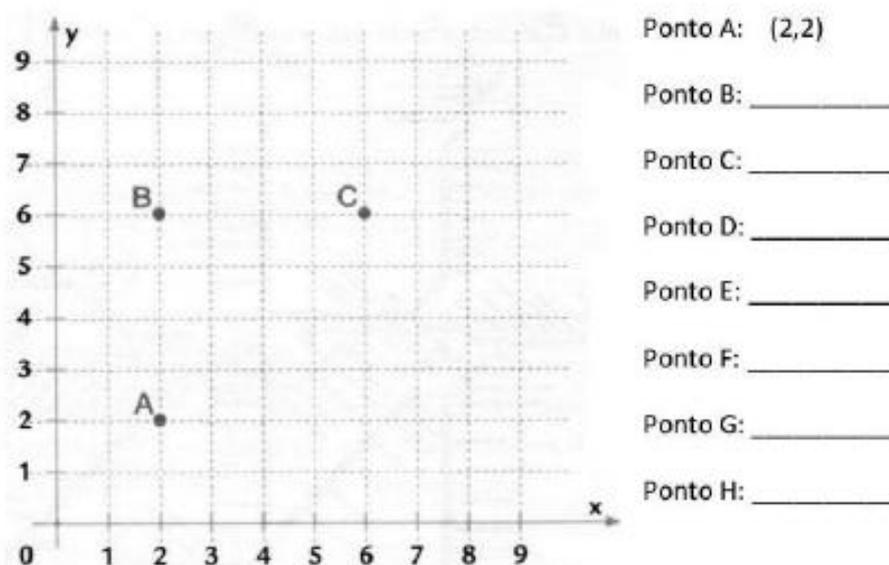
4) O plano cartesiano é útil na matemática em diversas situações. Leia as informações abaixo e escreva ao lado das figuras geométricas a sua localização. Veja o exemplo:

Para indicar a localização de um ponto, podemos usar o que chamamos *coordenadas cartesianas*:



As duas retas numéricas, perpendiculares no ponto zero de cada uma, são chamadas *eixos*. Assim, temos o eixo x (horizontal) e o eixo y (vertical), que são os eixos cartesianos.

5) Escreva a localização dos pontos A, B e C. Depois, coloque mais 5 pontos em qualquer lugar do plano cartesiano e anote a localização de cada um deles.

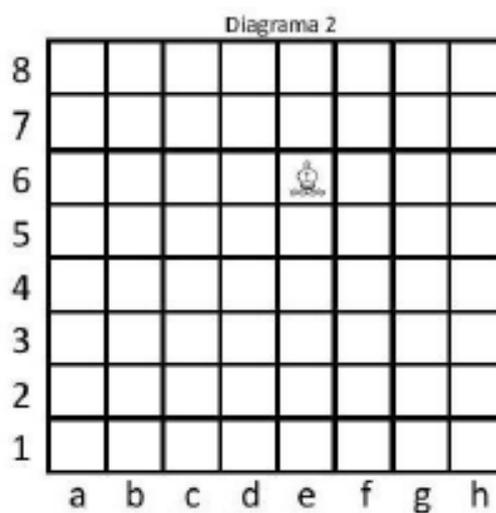
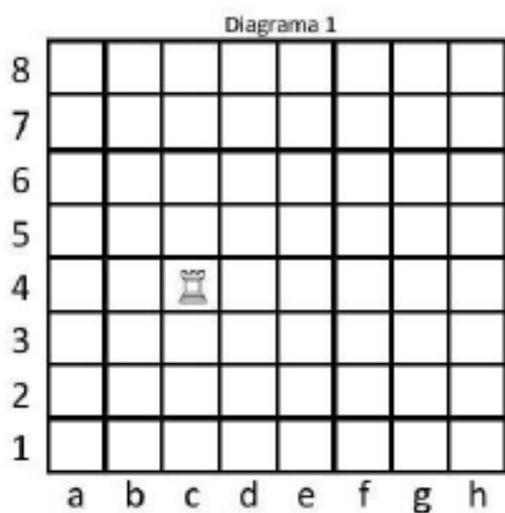


Fonte: Santos Junior (2016, p. 96)

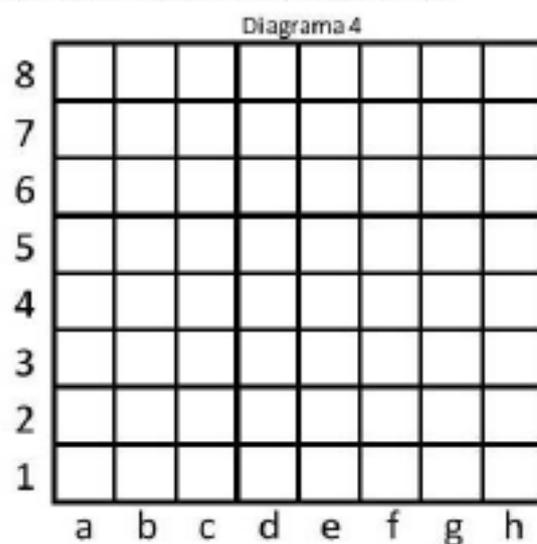
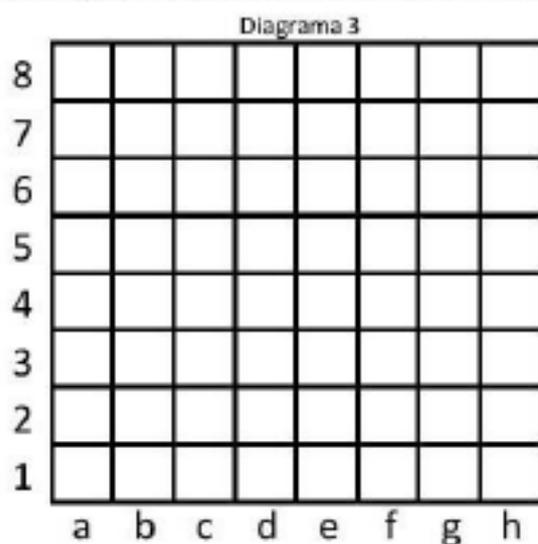
Atividade 2 – Projetando o movimento das peças

Relacionar a projeção do movimento das peças com frações, porcentagens e cálculo de área de figuras.

1) Pinte as casas onde as peças dos diagramas 1 e 2 podem ir na próxima jogada.

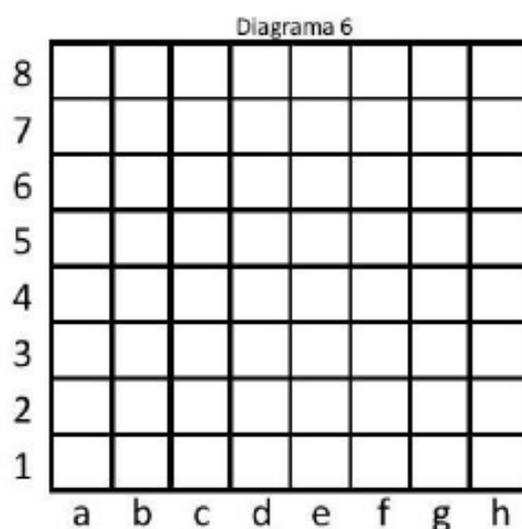
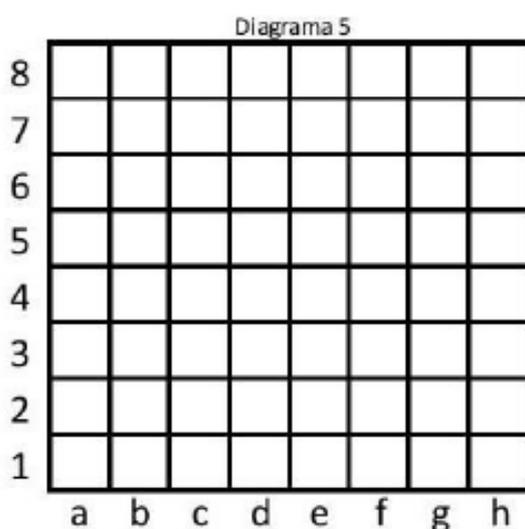


- 2) No diagrama 3, desenhe uma Dama na casa d5 e pinte as casas onde ela pode ir.
No diagrama 4, desenhe um Rei na casa e2 e pinte as casas onde ela pode ir.

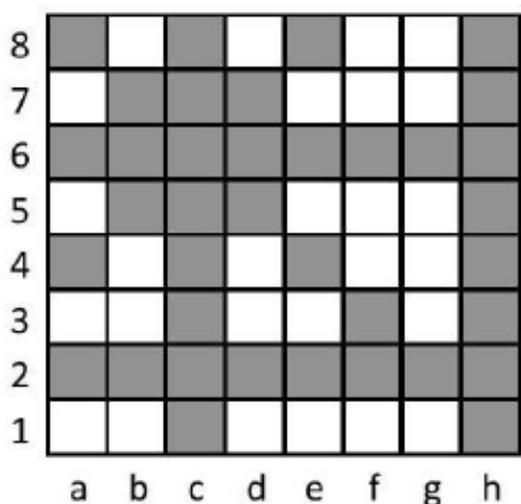


- 3) No diagrama 5, desenhe uma Dama em d1 e um bispo em g2 e pinte de cores diferentes as suas projeções de movimentos.

No diagrama 6, desenhe duas peças em qualquer lugar e pinte as projeções de seus movimentos.



4) DESAFIO: No diagrama abaixo existem duas peças. Foram pintadas as projeções dos seus movimentos. Você consegue descobrir quais peças são e onde estão colocadas?



Fonte: Santos Junior (2016, p. 97)

Atividade 3 – Xadrez por pontos

Relacionar o valor das peças a noções de perda e ganho, equivalências, operações matemáticas.

Pontuação de cada peça:

 Zero

 9 pontos

 5 pontos

 3 pontos

 3 pontos

 1 ponto

1) Essa partida está terminada. Conte os pontos e descubra quem venceu o jogo. Deixe registrado como fizeram as contas.



2) Quem venceu o jogo abaixo, as brancas ou as pretas? Justifique sua resposta.

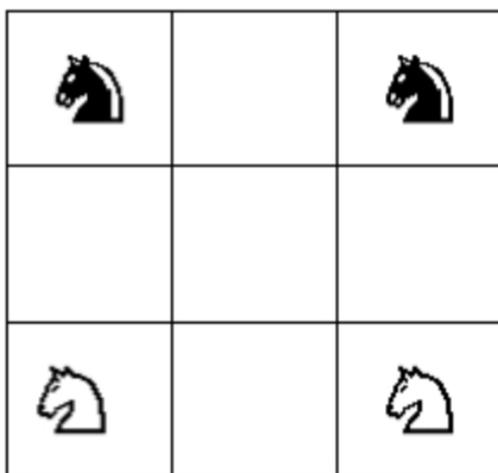


Fonte: Santos Junior (2016, p. 98)

Atividade 4: Problema dos quatro cavalos

Este jogo, adaptado do problema do percurso do cavalo nas 64 casas do tabuleiro, proposto por Euler (1707-1783), envolve o xadrez e a matemática. Nele é questionado se é possível que o cavalo, saindo de sua casa de origem, consiga percorrer todas as casas do tabuleiro uma única vez e retornar na posição inicial.

Atividade- Essa adaptação, um recorte do tabuleiro com nove casas, consiste em fazer com que os cavalos, colocados nos quatro cantos, sendo os dois cantos superiores de cor preta e os dois do canto inferiores, de cor branca, consigam trocar de posição com o menor número de movimentos possíveis. Lembrando que o movimento do cavalo é em L de uma casa na horizontal e duas na vertical e vice-versa.



1.º passo: Entregar para os cursistas uma cópia do problema, solicitar que façam a leitura com atenção e que utilizem as cópias para resolver o problema.

2.º passo: elaborar um plano de resolução, utilizando operações e conhecimentos anteriores.

3.º passo; executar o plano, utilizando estratégias próprias capazes de resolver o problema, relacionar com outros problemas já resolvidos, recorrer a problemas auxiliares.

4.º passo: observar e incentivar, verificar como os cursistas estão resolvendo o problema. Caso seja necessário, fazer alguns questionamentos, como por exemplo: *como se movimenta o cavalo? Qual seria o melhor lance?*

5º passo: solicitar o registro das resoluções por escrito, sejam elas certas ou erradas, e colocar no quadro para que todos os cursistas tenham a oportunidade de acompanhar a resolução.

Anotações



6º passo: realizar a plenária. Depois de apresentar as soluções é hora de discutir as diferentes resoluções.

7º passo: chegar ao consenso sobre a resolução mais adequada para o problema.

8º passo: apresentar a solução formal. Nesse momento, o professor apresenta a solução, enunciando os conceitos e os princípios constituídos através da Resolução de Problema, construção do conhecimento formal e padronizada matematicamente.

Resolução

Solução

Considerando as casas ocupadas pelos cavos brancos, na posição do tabuleiro de xadrez, temos: cavalos brancos, a1, c1 e cavalo preto a3, c3, em que a, b e c,

são as colunas, e 1,2 e 3 são as linhas, e cada casa do tabuleiro constitui no encontro de uma coluna com uma linha, a1, b1, c1, a2, b2, c2, a3, b3 e c3.

Possibilidades de movimento:

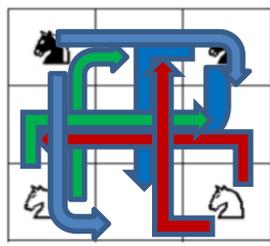
Cada cavalo possui duas possibilidades de movimentos a cada lance:

Ca3 → Cb1 ou Cc2

Cc3 → Ca2 ou Cb1

Ca1 → Cb3 ou Cc2

Cc1 → Cc2 ou Ca2



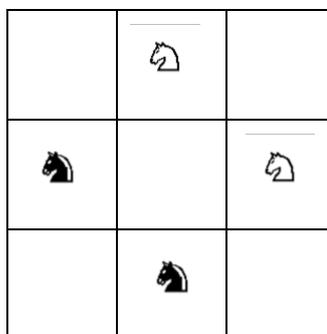
Com isso, ao optar em realizar os movimentos em sentido horário em direção ao destino final, temos o primeiro movimento:

Ca3 → Cb1

Cc3 → Ca2

Ca1 → Cc2

Cc1 → Cb3



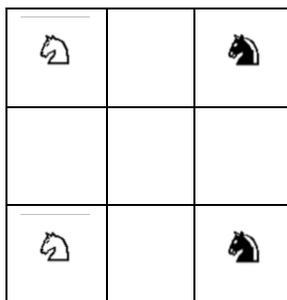
Repetindo o movimento, temos:

Cb2 → Cc3

Ca2 → Cc1

Cc2 → Ca3

Cb2 → Ca1



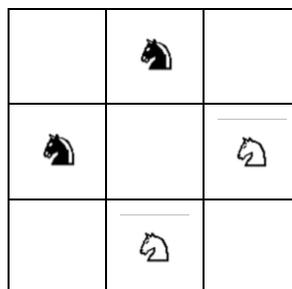
Repetindo o movimento, temos:

Cc3 → Ca2

Cc1 → Cb3

Ca3 → Cb2

Ca1 → Cc2



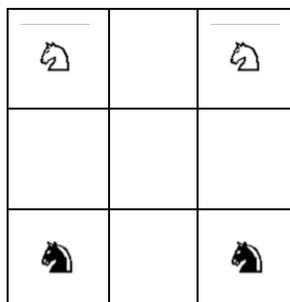
Repetindo o movimento, temos:

Ca2 → Cc1

Cb3 → Ca1

Cb2 → Cc3

Cc2 → Ca3



Com isso, concluímos a troca de posições com 16 lances.

Como cada cavalo tem duas possibilidades de movimento por vez, e são 4 cavalos, temos que n (número de movimentos) é dado por $n = 2^4 \rightarrow n = 16$, o que mostra que esse é o número mínimo de movimentos.

4.ª fase: **Elaboração, aplicação e apresentação das atividades com xadrez**

Cronograma:

Duração de dois encontros de cinco horas-aulas cada.

Objetivos:

➤ Auxiliar os professores na elaboração e na construção de atividades que envolvam a Resolução de Problemas a partir do uso de xadrez.

➤ Perceber os desafios e buscar adaptar os problemas para usar o xadrez em sala de aula, a partir das discussões tidas com os professores durante o curso. Os cursistas devem elaborar uma sequência de atividades com resolução de problema e o uso do xadrez no ensino de matemática. A sugestão é que estas atividades devam ser desenvolvidas em suas salas de aulas.

REFERENCIAS

ALMEIDA, J. W. Q. **O jogo de Xadrez na Educação Matemática:** como e onde no ambiente escolar. 156f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Campina Grande, PB., 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular:** educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>>. Acesso em: 10 mai. 2021.

FERREIRA, N. C. **Uma proposta de ensino de Álgebra Abstrata Moderna, com a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, e suas contribuições para a Formação Inicial de Professores de Matemática.** 2017. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Geociências e Ciências Exatas campus de Rio Claro, São Paulo, 2017.

GOIAS, Secretaria de Estado da Educação. **Documento Curricular para Goiás.** Goiânia, GO, 2019. <Disponível em: <https://cee.go.gov.br/wp-content/uploads/2019/08/Documento-Curricular-para-Goi%C3%A1s.pdf>>. Acesso em: 22 jun. 2021

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** 2000. 224p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. 2000. Disponível em:

GRILLO, R de M. **A tomada de decisões a partir da Resolução de Problemas no Xadrez.** In: **Anais...** 17º Congresso de Leitura do Brasil – COLE, CD-ROM, 2009.

GRILO, R. de M. **O xadrez pedagógico na perspectiva da resolução de problemas em matemática no ensino fundamental.** 2012. 279p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade São Francisco. Programa de Pós- Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Itatiba, Itatiba, 2012.

GRILLO, R. de M.; GRANDO, R, C. - **O xadrez pedagógico e a matemática no contexto da sala de aula.** São Paulo: Pimenta Cultural, 2021. 383p.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap. 12, p.199-218.

ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos?. **Revista Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, Faculdade de Educação, v. 20, n. 1, out. 2013.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, S. N. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A.; BORBA M. C. **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo, SP: Cortez, 2004. p. 213-231.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, S. N. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema** - Mathematics Education Bulletin, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução: Araújo, H. L. Rio de Janeiro: Interciência, 2006. 203 p.

SANTOS JUNIOR, A. dos. **O jogo de xadrez como recurso para ensinar e aprender matemática**: relato de experiência em turmas do 6º ano do ensino fundamental. 2016. Dissertação (Mestrado em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR., F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. *In*: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. year book. Reston-VA: NCTM-National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

SILVA, M. J. de C. O jogo como estratégia para a resolução de problemas de conteúdo matemático. **Psicologia Escolar e Educacional** [online], v. 12, n. 1, p. 279-282, 2008.

SILVA, W. da. **Raciocínio lógico e o jogo de xadrez**: em busca de relações. 2010. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, SP, 2010.

STANIC, G. M. A.: KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. *In*: CHARLES, R. I.; SILVER, E.A. (eds.), **The teaching and assessing of mathematical problem solving**, p. 1-22, 1989. Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum.

TIRADO, A.C.S.B; SILVA, W. da. **Meu Primeiro Livro de Xadrez**: Curso para escolares. 4. ed. Curitiba: Expoente, 1999. p. 122.

ANEXOS

ANEXO A – ATIVIDADES

ATIVIDADE 1– (curso de Formação de professores xadrez e a matemática 2022).

Nome: _____ Data: _____

Curso: RESOLUÇÃO DE PROBLEMA E O JOGO DE XADREZ NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

1) Preencha a tabela a seguir explicando com palavras e desenhos o movimento das peças.

Peão 	Quantos Peões há para cada jogador?	Como ele se movimenta?	Represente através de um desenho
Bispo 	Quantos Bispos há para cada jogador?	Como ele se movimenta?	Represente através de um desenho
Torre 	Quantas Torres há para cada jogador?	Como ela se movimenta?	Represente através de um desenho
Cavalo 	Quantos Cavalos há para cada jogador?	Como ele se movimenta?	Represente através de um desenho
Dama 	Quantos Damas há para cada jogador?	Como ela se movimenta?	Represente através de um desenho
Rei 	Quantos Reis há para cada jogador?	Como ele se movimenta?	Represente através de um desenho

2) Invente uma peça diferente para o jogo de xadrez:

Nome	Quantos peças há para cada jogador?	Como ele se movimenta?	Represente através de um desenho
-------------	-------------------------------------	------------------------	----------------------------------

Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 95)

ATIVIDADE 2 – (curso de Formação de professores xadrez e a matemática 2022).



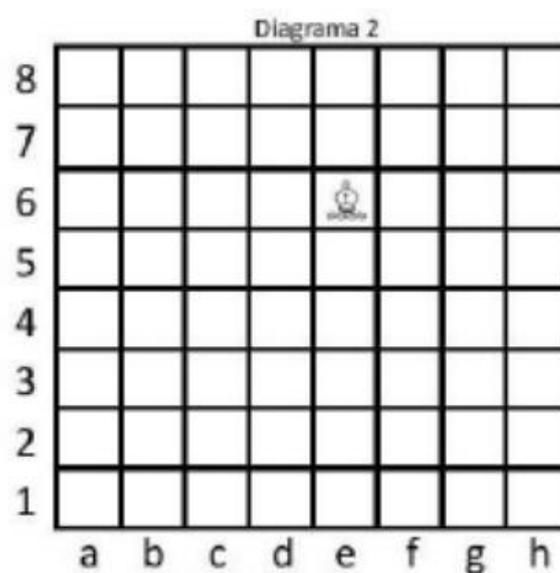
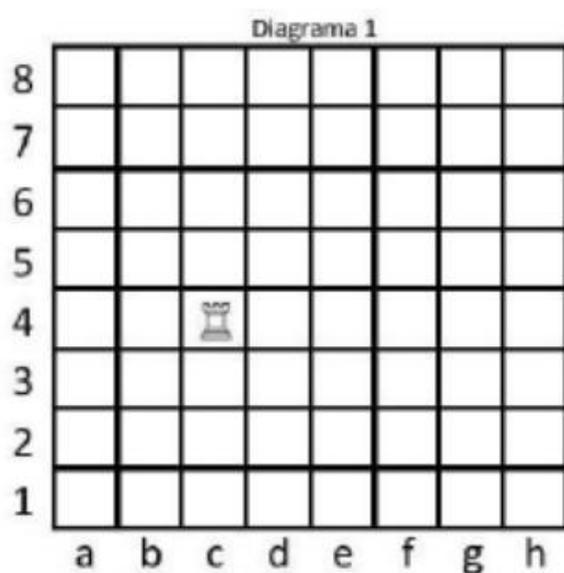
Nome: _____

Turma: _____

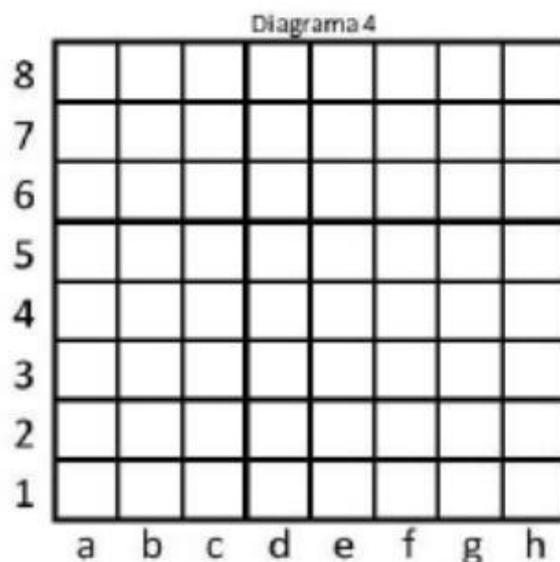
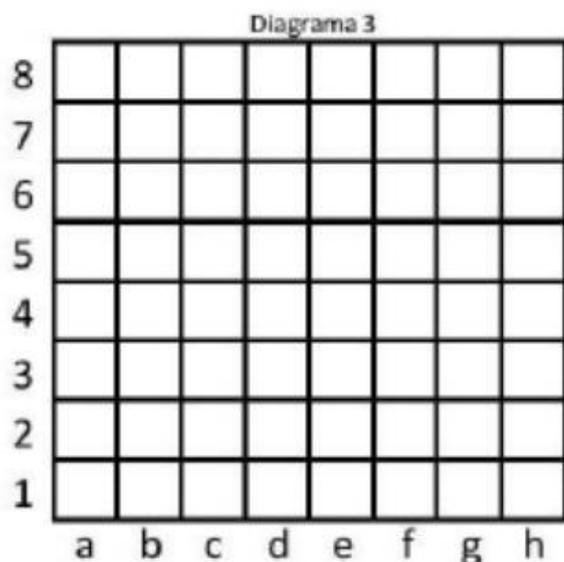
Atividade de xadrez e matemática

Objetivos: Aprender o movimento das peças de xadrez através da projeção de seus movimentos.

1) Pinte as casas onde as peças dos diagramas 1 e 2 podem ir na próxima jogada.

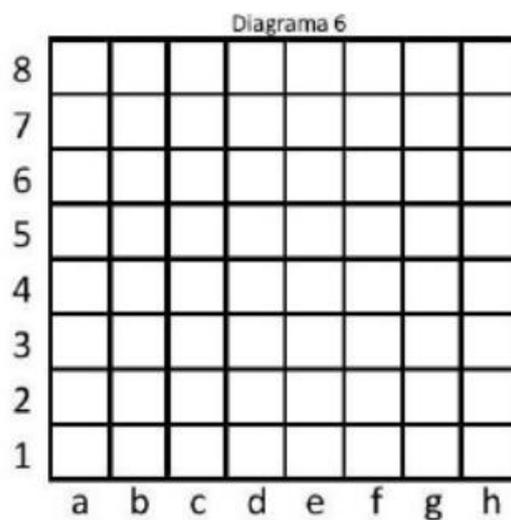
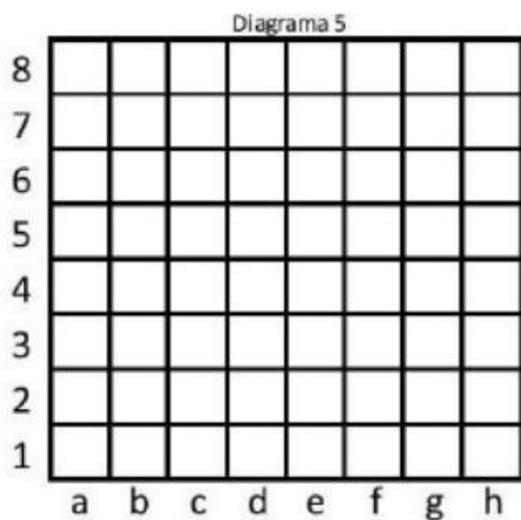


2) No diagrama 3, desenhe uma Dama na casa d5 e pinte as casas onde ela pode ir. No diagrama 4, desenhe um Rei na casa e2 e pinte as casas onde ela pode ir.

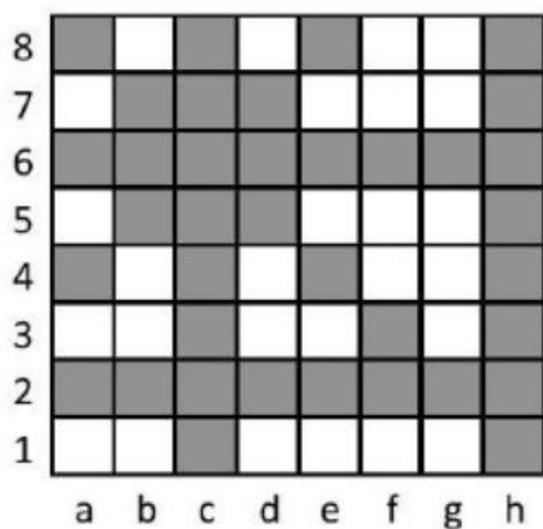


3) No diagrama 5, desenhe uma Dama em d1 e um bispo em g2 e pinte de cores diferentes as suas projeções de movimentos.

No diagrama 6, desenhe duas peças em qualquer lugar e pinte as projeções de seus movimentos.



4) DESAFIO: No diagrama abaixo existem duas peças. Foram pintadas as projeções dos seus movimentos. Você consegue descobrir quais peças são e onde estão colocadas?



Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016 p. 96).

ATIVIDADE 03 – (curso de Formação de professores xadrez e a matemática 2022)

Problema inventado por: _____

Problema resolvido por: _____

Pinte, de uma única cor, as projeções de movimentos de **duas peças** do xadrez no tabuleiro abaixo para que um amigo tente resolver o problema.

	Problema								Solução
8									
7									Quais peças são?
6									
5									
4									Em quais casas estão?
3									
2									
1									
	a	b	c	d	e	f	g	h	

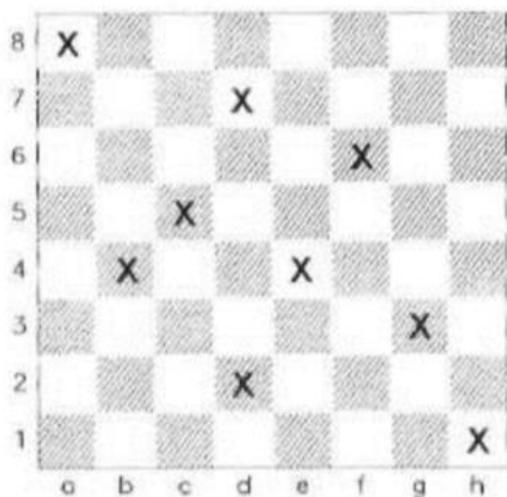
Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016 p. 98)

ATIVIDADE 04 – (curso de Formação de professores xadrez e a matemática 2022)

Nome _____ Data: __/__/2022

EXERCÍCIO 01

Qual a denominação das casas assinaladas com um x no tabuleiro abaixo?



EXERCÍCIO 02

Na posição inicial, quais as casas ocupadas pelas seguintes peças: Rei branco: Dama preta: Bispos brancos:

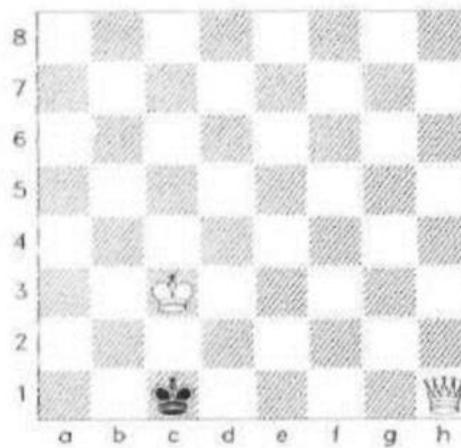
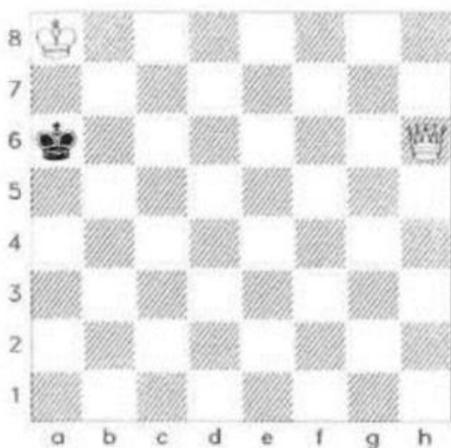
EXERCÍCIO 03

Nas posições abaixo dizer se o rei preto encontra-se em xeque, xeque-mate ou afogado.

a) Brancas: Ra8, Dh6 Pretas:

b) Brancas: Rc3, Dh1 Pretas: Ra6 **Diagrama 11**

Rc1 **Diagrama 12**



c) Brancas: Rc6, De6 Pretas: Rd8 d) Brancas: Rf3, Dg3 Pretas: Rh3

Diagrama 13

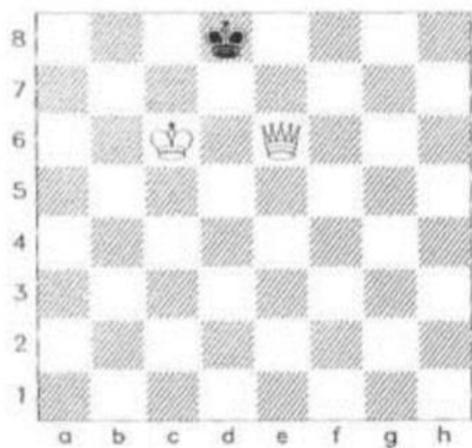
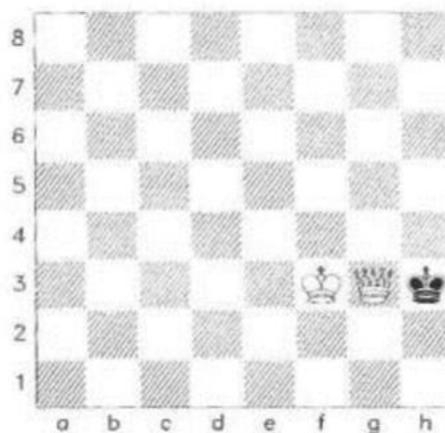
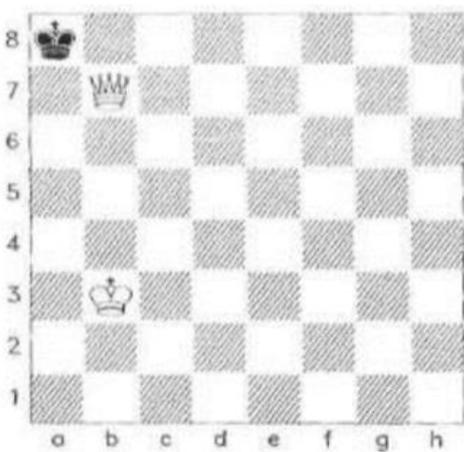


Diagrama 14



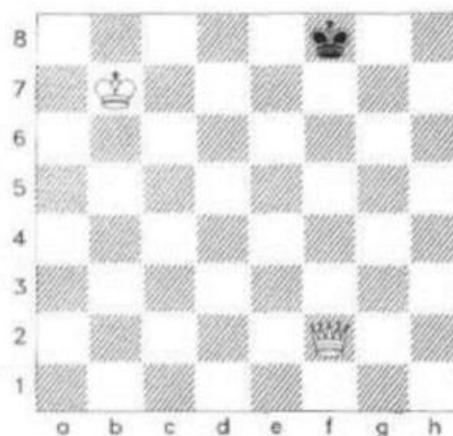
e) Brancas: Rb3, Db7 Pretas: Ra8

Diagrama 15



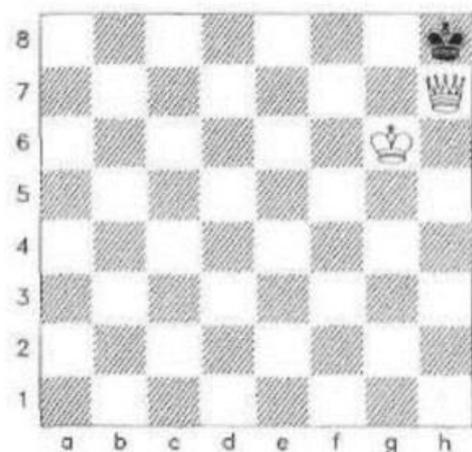
f) Brancas: Rb7, Df2 Pretas: Rf8

Diagrama 16



g) Brancas: Rg6, Dh7 Pretas: Rh8

Diagrama 17



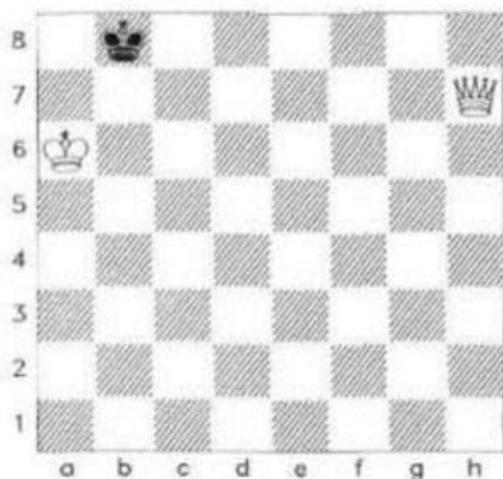
EXERCÍCIO 04

Nos diagramas 18,19 e 20,

as brancas jogam e dão xeque-mate em um lance, como?

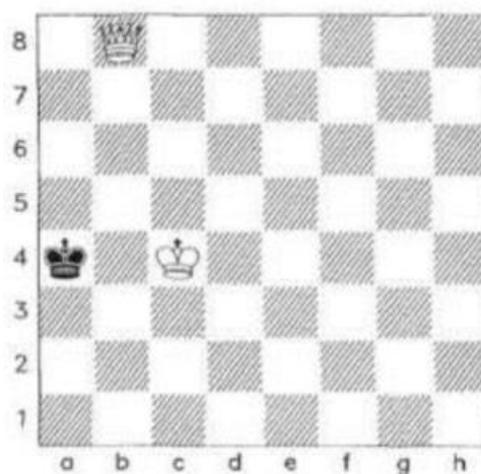
a) Brancas: Ra6, Dh7 Pretas: Rb8

Diagrama 18



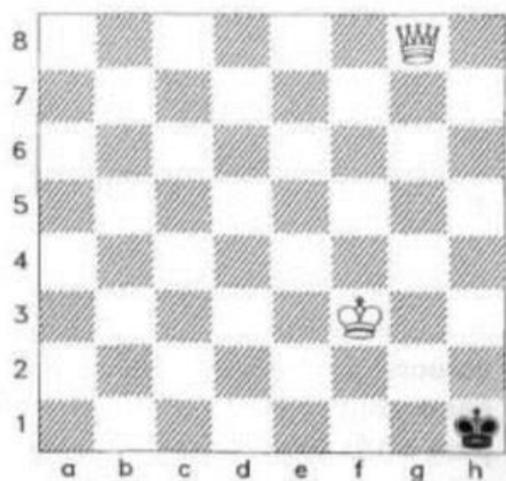
b) Brancas: Rc4, Db8 Pretas: Ra4

Diagrama 19



c) Brancas: Rf3, Dg8 Pretas: Rh1

Diagrama 20



Fonte: Adaptado de Silva (2010, p. 55-56)

ATIVIDADE 05 – (curso de Formação de professores xadrez e a matemática 2022)



Nome: _____

Nome: _____

Turma: _____

Atividade de xadrez e matemática

Jogo Pré-enxadristico Xadrez por pontos

O objetivo do jogo é fazer o maior número de pontos através das capturas de peças do adversário. Após 10 minutos corridos de jogo contam-se os pontos das peças capturadas, quem fizer mais pontos vence a partida. O rei não pode ser capturado e caso ocorra xeque-mate a partida estará empatada.

Pontuação de cada peça:

 Zero

 9 pontos

 5 pontos

 3 pontos

 3 pontos

 1 ponto

1) Essa partida está terminada. Conte os pontos e descubra quem venceu o jogo. Deixe registrado como fizeram as contas.



2) Quem venceu o jogo abaixo, as brancas ou as pretas? Justifique sua resposta.



3) Esse jogo acabou de começar. É a **vez das brancas jogarem**. O jogador das brancas está pensando em **capturar o Peão que está na casa e5 com o Cavalo**. Será que é uma boa jogada? Justifique a resposta.



4) É a **vez das brancas jogarem**. O jogador das brancas está pensando em **capturar o bispo que está na casa d4 com a Torre**. É uma boa jogada? Por quê? Há outra jogada melhor? Qual?



5) O jogo está empatado e está acabando o tempo. É a **vez das pretas jogarem**. Indiquem alguns lances que sejam bons para o jogador das pretas. Explique a resposta.



Fonte: Adaptado de Santos Junior (2016, p. 98)